ПИСЬМЕННЫЙ ЗАЧЕТ 5 МАРТА 2009 Г.

Вариант 2

Задача 1. Пусть O — пространство орбит группы всех растяжений прямой ($x \mapsto kx$, где k — произвольное ненулевое число). Докажите, что это пространство состоит из двух элементов и перечислите открытые множества в нем.

Задача 2. Докажите, что пространство отрезков на плоскости гомеоморфно прямому произведению $\mathbb{R}^3 \times S^1$. Точка отрезком не считается!

Задача 3. Докажите, что множество квадратных трехчленов $x^2 + px + q$ ($p, q \in \mathbb{R}$) с двумя вещественными корнями гомеоморфно множеству квадратных трехчленов того же вида с двумя вещественными корнями разных знаков.

Задача 4. Петля $\gamma : [0,1] \to \Phi$ (где фигура Φ изображена на рисунке) не стягиваема. Докажите, что она проходит через обе точки пересечения отрезка и окружности.

Задача 5. Группа G преобразований плоскости состоит из всех скользящих симметрий вдоль оси OX на векторы с целыми координатами. а) Докажите, что пространство орбит группы гомеоморфно ленте Мебиуса. б) Докажите, что фундаментальная группа ленты Мебиуса изоморфна $\mathbb{Z}$.

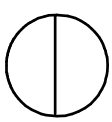

Рис. 1. Фигура Φ (задача 4)