ПИСЬМЕННЫЙ ЗАЧЕТ 5 МАРТА 2009 Г.

Вариант 1

Задача 1. Пусть X — топологическое пространство, получающееся из прямой $\mathbb{R}$ склеиванием всех точек x и y таких, что разность $x-y$ рациональна. Докажите, что топология в пространстве X тривиальна: открыты пустое множество, все X, и более ничего.

Задача 2. Докажите, что пространство равносторонних треугольников на плоскости гомеоморфно прямому произведению $\mathbb{R}^3 \times S^1$. Точка треугольником не считается!

Задача 3. Докажите, что множество квадратных трехчленов x^2+px+q $(p, q \in \mathbb{R})$ с двумя вещественными корнями гомеоморфно множеству квадратных трехчленов того же вида без вещественных корней.

Задача 4. Петля $\gamma : [0,1] \to P$ (где фигура P изображена на рисунке) не стягиваема. Докажите, что она проходит через точку пересечения отрезка и окружности.

Задача 5. Группа G преобразований плоскости состоит из всех скользящих симметрий вдоль оси OX на векторы с целыми координатами. а) Докажите, что пространство орбит группы гомеоморфно ленте Мебиуса. б) Докажите, что фундаментальная группа ленты Мебиуса изоморфна $\mathbb{Z}$.

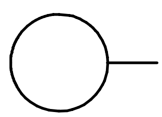

Рис. 1. Фигура P (задача 4)