

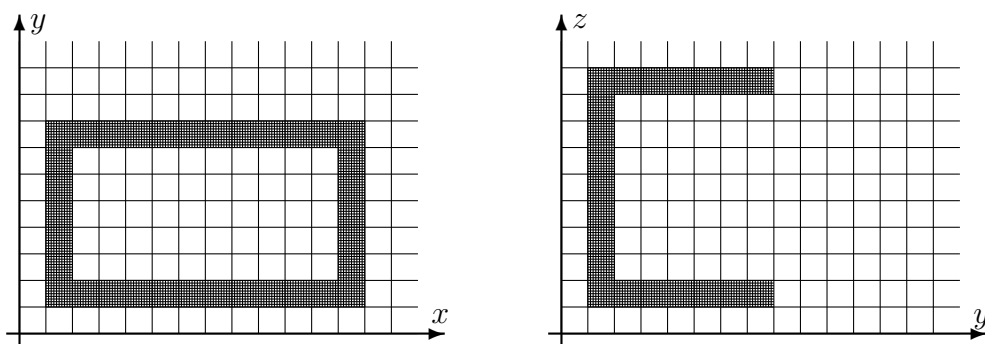
Межрегиональная многопрофильная олимпиада ГУ-ВШЭ 2010.
МАТЕМАТИКА, 11 класс, 1 этап.

Вариант 1

В варианте 10 задач, ответ в каждой задаче — целое число, которое необходимо вписать в бланк ответов.

1. На рисунке приведены проекции детали на координатные плоскости XOY и YOZ . Сторона клеточки равна 1. Каким может быть наибольший возможный объем детали?

Ответ: 152.



Проекция детали на координатные плоскости

2. В классе мальчиков больше, чем девочек. Среди каждых 10 учеников найдется по крайней мере одна девочка. Каково максимальное возможное число учеников в классе?

Ответ: 17.

3. Каков наибольший радиус окружности, которую можно поместить внутри трапеции с основаниями 5 и 17 и боковыми сторонами 10? (Такая окружность может касаться некоторых сторон трапеции.)

Ответ: 4.

4. Известно, что замкнутая ломаная линия состоит из 29 звеньев, причем никакие два звена не лежат на одной прямой. Какое наибольшее число точек самопересечения возможно для такой линии? (Вершины ломаной не считаются точками самопересечения.)

Ответ: 377.

5. По прямой на некотором расстоянии друг от друга (не вплотную) катятся с равными скоростями 5 абсолютно упругих шариков. Еще 7 таких же шариков катятся с той же скоростью им навстречу. Сколько всего произойдет столкновений? (При абсолютно упругом столкновении двух шариков, движущихся навстречу друг другу с равными скоростями, шарики после соударения разлетаются в противоположные стороны с теми же скоростями.)

Ответ: 35.

Межрегиональная многопрофильная олимпиада ГУ-ВШЭ 2010.
МАТЕМАТИКА, 11 класс, 1 этап.

6. Натуральные числа a, b, c имеют соответственно 6, 9, 14 различных натуральных делителей (включая единицу и само число). $\text{НОД}(a, b, c) = 6$. Найдите $\text{НОД}(a, b) \times \text{НОД}(b, c)$.

Ответ: 216.

7. Найдите предпоследнюю цифру числа 29^{2010} .

Ответ: 0.

8. Найдите наибольшее целое решение уравнения

$$3^{x^2-22x+120} + 6^{2x^2-20x-23} = 2^{x^2-22x+120}.$$

Ответ: 11.

9. В треугольной пирамиде все высоты боковых граней, проведенные из вершины, равны 13, периметр основания равен 75, объем равен 750. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: 12.

10. Окружность с центром в точке $(4; 1)$ касается параболы $y = \frac{1}{2}x^2$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: 2.