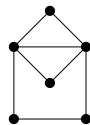


Задача 1. Трехзначное число разложили на натуральные множители. После этого каждый множитель увеличили не более чем на 10% так, чтобы он остался целым (некоторые множители, возможно, остались без изменения). На какое наибольшее число процентов могло увеличиться произведение?

Задача 2. Вася составил семизначное число, используя каждую цифру от 1 до 7 ровно по одному разу. Коля сделал то же самое. Оказалось, что Васино число больше, чем Колино. Докажите, что Васино число не делится на Колино.

Задача 3. На рисунке изображен план города. Точками обозначены площади, а отрезками — улицы. Экскурсионный маршрут должен начинаться с одной из площадей, проходить по каждой улице ровно один раз и возвращаться на ту площадь, на которой он начался. Сколько существует различных экскурсионных маршрутов?



Задача 4. Многочлен $R(x) = x^2 + px + q$ называется *странным*, если существуют числа a, b, c , такие что $a < R(a) < b < R(b) < c = R(c)$. а) Приведите пример странного многочлена. б) Пусть коэффициенты p и q странного многочлена — целые числа. Докажите, что p нечетно.

Задача 5. Может ли в треугольнике с углом 30° центр описанной окружности лежать на вписанной?

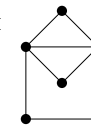
Задача 6. Планета Марс имеет форму шара радиуса R . Марсоход запрограммирован так, что он проезжает по дуге большого круга расстояние a , меньшее половины длины экватора, затем поворачивает направо на угол $\alpha \leq 90^\circ$, снова проезжает расстояние a по дуге большого круга, поворачивает на тот же угол α налево и т. д. (чередую повороты направо и налево).

а) Марсоход вернулся в исходную точку. Докажите, что в этот момент по программе ему положено делать левый поворот. б) До возвращения в исходную точку марсоход несколько раз пересек свой след. Какое наименьшее число раз он мог это сделать? в) Пусть путь марсохода замкнут и имеет наименьшее положительное число самопересечений. При каких значениях a и α длина этого пути будет наименьшей?

Задача 1. Трехзначное число разложили на натуральные множители. После этого каждый множитель увеличили не более чем на 10% так, чтобы он остался целым (некоторые множители, возможно, остались без изменения). На какое наибольшее число процентов могло увеличиться произведение?

Задача 2. Вася составил семизначное число, используя каждую цифру от 1 до 7 ровно по одному разу. Коля сделал то же самое. Оказалось, что Васино число больше, чем Колино. Докажите, что Васино число не делится на Колино.

Задача 3. На рисунке изображен план города. Точками обозначены площади, а отрезками — улицы. Экскурсионный маршрут должен начинаться с одной из площадей, проходить по каждой улице ровно один раз и возвращаться на ту площадь, на которой он начался. Сколько существует различных экскурсионных маршрутов?



Задача 4. Многочлен $R(x) = x^2 + px + q$ называется *странным*, если существуют числа a, b, c , такие что $a < R(a) < b < R(b) < c = R(c)$. а) Приведите пример странного многочлена. б) Пусть коэффициенты p и q странного многочлена — целые числа. Докажите, что p нечетно.

Задача 5. Может ли в треугольнике с углом 30° центр описанной окружности лежать на вписанной?

Задача 6. Планета Марс имеет форму шара радиуса R . Марсоход запрограммирован так, что он проезжает по дуге большого круга расстояние a , меньшее половины длины экватора, затем поворачивает направо на угол $\alpha \leq 90^\circ$, снова проезжает расстояние a по дуге большого круга, поворачивает на тот же угол α налево и т. д. (чередую повороты направо и налево).

а) Марсоход вернулся в исходную точку. Докажите, что в этот момент по программе ему положено делать левый поворот. б) До возвращения в исходную точку марсоход несколько раз пересек свой след. Какое наименьшее число раз он мог это сделать? в) Пусть путь марсохода замкнут и имеет наименьшее положительное число самопересечений. При каких значениях a и α длина этого пути будет наименьшей?