Задача 1. Бригада из 6 землекопов в течение 8 часов копала канаву. При этом в каждый момент времени работало ровно двое, а остальные играли в карты. В конце рабочего дня оказалось, что первый землекоп играл в карты 3 часа, второй — 4 часа, третий — 5 часов, четвертый — 6 часов и пятый — 7 часов. Сколько часов играл в карты шестой землекоп?

Задача 2. Пусть x, y, z – решение в натуральных числах уравнения $x + \dfrac{1}{y + \dfrac{1}{z}} = 5/3$. Вычислите произведение xyz.

Задача 3. Найти абсциссу точки пересечения прямой $y = 2x + 1$ с прямой, касательной к каждой из двух парабол $y = x^2 - 6$ и $y = -x^2 + 12x - 32$.

Задача 4. На реке с равномерным течением последовательно расположены три пункта A, B и C. Моторка идет от A до C столько же времени, сколько шляпа плывет от B до C, а расстояние от B до C моторка проходит в 12 раз быстрее, чем шляпа плывет от A до B. Найти отношение расстояний AC/BC.

Задача 5. Все страницы книги с первой по последнюю занумерованы без пропусков идущими подряд десятичными числами, начиная с 1. Для этого в общей сложности на них было напечатано 1518 цифр. Сколько страниц в книге?

Задача 6. Сумма первых 73 членов геометрической прогрессии с целым начальным членом и целым знаменателем даёт при делении на 13 остаток 6, а сумма первых 91 членов — остаток 4. Какой остаток даёт знаменатель прогрессии при делении на 13?

Задача 7. Найдите двузначное число a, если известно, что из следующих четырех утверждений верны ровно два:

- 81 делится на a;
- 27 делится на a;
- 54 делится на a;
- $a < 50$.

Задача 8. Робинзон Крузо гуляет по необитаемому острову, имеющему форму треугольника ABC со сторонами $AB = 9$, $BC = 11$ и $AC = 13$. В каждый момент прогулки он идет параллельно какой-нибудь стороне треугольника; дойдя до берега, Робинзон поворачивает и продолжает идти прямо вглубь острова параллельно другой стороне; дойдя еще раз до берега — опять поворачивает, и т.д. Прогулка начинается на стороне AC из точки M, для которой $AM = 5$. Первоначально Робинзон движется параллельно стороне BC; прогулка заканчивается, когда он вернется в точку M. Найти разность между длиной пути, пройденного Робинзоном Крузо параллельно стороне AC и длиной пути, пройденного им параллельно стороне AB.

Задача 9. Четыре города расположены в вершинах прямоугольника со сторонами $5 - \sqrt{3}$ км и 1 км. Нужно проложить дороги так, чтобы из каждого города можно было добраться в каждый. Какова наименьшая возможная длина (в км) всех проложенных дорог?

Задача 10. Прямая $y = a$ пересекает график многочлена $y = 8x^3 - 12x^2 + 2x + 6$ в трех точках P, Q, R, считая слева направо. Площадь куска плоскости, ограниченного отрезком PQ снизу и графиком сверху, равна площади куска плоскости, ограниченного отрезком QR сверху и графиком снизу. Чему равно a?

Задача 11. Блоха прыгает по окружности одинаковыми прыжками в одном направлении, начиная свой путь из точки А. Когда блоха снова вернулась в точку А, оказалось, что она перепрыгнула через точку А ровно 6 раз. Какое наибольшее значение может принимать градусная мера дуги, на которую прыгает блоха, если известно, что эта градусная мера — целое число, не превосходящее 85?

Задача 12. Найти радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами $4-\sqrt{2}$, $4+\sqrt{2}$ и 6.

Задача 13. Основанием пирамиды $SABCDEF$ является правильный шестиугольник $ABCDEF$. Через точку X, лежащую на продолжении ребра SC за точку C, так что в $|SC|:|CX| = 1:3$, провели прямую, пересекающую прямые SE и FD в точках Y и Z соответственно. Найдите отношение длин отрезков $|XZ|:|ZY|$.

Задача 14. Окружность, построенная на диагонали AC трапеции $ABCD$ как на диаметре, проходит через вершину B и касается боковой стороны CD. Основания трапеции $AD = 25$ и $BC = 9$. Найти диагональ AC.

Задача 15. Рассмотрим правильный 18-угольник. Сколько в нем можно провести диагоналей, не параллельных ни одной из его сторон?

Задача 16. На прямой выбрана 101 точка. Любые две из выбранных точек соединим отрезком и отметим на нем точку, делящую этот отрезок пополам. Какое минимальное число новых точек может при этом получиться?

Задача 17. Найдите наименьшее натуральное k для которого $21029 \cdot k$ делится на 23503.

Задача 18. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 50 и имеющее ровно 30 натуральных делителей (включая единицу и само себя).

Задача 19. На какую наибольшую степень двойки делится число $101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot \ldots \cdot 199 \cdot 200$?

Задача 20. Плоскость замостили одинаковыми правильными шестиугольниками без пропусков и наложений (см. рис.). В одном шестиугольнике написали число 0. Затем во всех шестиугольниках, имеющих с ним хотя бы одну общую сторону, написали число 1. Далее во всех пустых шестиугольниках, имеющих хотя бы одну общую сторону с теми шестиугольниками, в которых написано число 1, написали число 2. Эту операцию повторили 200 раз: на $N+1$-ом шаге во всех пустых шестиугольниках, имеющих хотя бы одну общую сторону с теми шестиугольниками, в которых написано число N, написали число $N+1$. В скольких шестиугольниках написано число 100?