

ТЕСТОВЫЙ ТУР МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЯ ОТВОДИТСЯ 160 МИНУТ

ВАРИАНТ 1

- 1♦1. В математическом кружке более 23%, но менее 24% участников — девочки. Каково наименьшее возможное количество участников в этом кружке?
- 1♦2. В треугольной пирамиде $SABC$ длины всех ребер измеряются целыми числами. Известно, что $AB = 3$, $BC = 7$, $SA = 14$, $SC = 6$. Найдите длину ребра SB .
- 1♦3. Вася и Петя бегают на коньках по кругу с постоянными скоростями. Когда они бегут в одном направлении, Вася догоняет Петю каждые 12 минут, а когда они бегут навстречу друг другу, то встречаются каждые 4 минуты. За сколько минут Вася пробегает круг?
- 1♦4. Найдите наибольший общий делитель чисел 8651 и 9073.
- 1♦5. Прямоугольник со сторонами 11 и 4 разделен диагональю на два треугольника, в каждый из которых вписана окружность. Найдите расстояние между точками касания этих окружностей с диагональю
- 1♦6. Сколькими способами среди вершин данного правильного 18-угольника можно выбрать три так, чтобы образованный ими треугольник был тупоугольным?
- 1♦7. Два зеркала образуют двугранный угол в 2° . Сколько раз отразится в этих зеркалах луч света, выпущенный параллельно одному из зеркал и перпендикулярно ребру двугранного угла?
- 1♦8. Площадь треугольника равна $4\sqrt{14}$, радиус вписанной окружности равен $\frac{4}{7}\sqrt{14}$, а радиус окружности, касающейся стороны треугольника и продолжения двух других сторон, равен $2\sqrt{14}$. Найдите длину этой стороны.
- 1♦9. Найдите x , если известно, что из следующих трех утверждений верны ровно два:

$$x^2 - 2x \geq 0, \quad x^2 + 2x \leq 0, \quad x^2 - 4 \leq 0.$$

- 1♦10. Какой остаток при делении на 12 имеет сумма $2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots + 11^5$?
- 1♦11. Основания равнобокой трапеции $ABCD$ имеют длины $AB = 15$, $CD = 17$. Точка P лежит на AB , а точка Q — на CD так, что отрезок PQ перпендикулярен основаниям. Найдите длину отрезка AP , если отношение площадей $S_{APQD} : S_{PBCQ} = 11 : 21$.
- 1♦12. Чему равна сумма кубов корней уравнения $x^2 - 4x + 1 = 0$?
- 1♦13. Из середины ребра $A'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$ провели прямую, которая пересекает прямую CD в некоторой точке Q , а также пересекает прямую, проходящую через середины ребер AD и DD' . Найдите длину отрезка DQ , если сторона куба равна 18.
- 1♦14. Прямая AB касается параболы $y = x^2 - 2x + 7$ в точке A с абсциссой 2. Прямая CD параллельна AB и пересекает эту параболу в точках C и D . Найдите ординату точки D , если абсцисса точки C равна 5.
- 1♦15. Сколько различных вещественных корней у многочлена

$$\frac{27}{4}x^4 - 15x^3 - 3x^2 + 24x - \frac{4}{9}?$$

(Выберите ответ из списка: 0, 1, 2, 3, 4, 5.)

- 1♦16.** Какое максимальное количество точек пересечения — при различных значениях параметра a — могут иметь графики функций $y = \sin x$ и $y = \frac{1}{5}x + a$?
- 1♦17.** Сколько натуральных делителей у числа 1568 (включая единицу и само число)?
- 1♦18.** Найдите наименьшее натуральное число, одновременно дающее остаток 2 при делении на 5, остаток 5 при делении на 6 и остаток 6 при делении на 7.
- 1♦19.** Вычислите 200-ую цифру после запятой в десятичной записи числа $\frac{1}{3} (4 + \sqrt{15})^{1001}$.
- 1♦20.** Сколько существует строго возрастающих последовательностей (a_n) натуральных чисел, таких, что $a_{a_n} = 2n + 100$ и $a_1 = 35$?