

## ПИСЬМЕННЫЙ ЗАЧЕТ 27 АПРЕЛЯ 2009 Г.

## ВАРИАНТ 1

**Задача 1.** Докажите, что проективное преобразование плоскости, переводящее контур квадрата в себя, является движением.

**Задача 2.** Многогранник  $X$  — выпуклая оболочка точек с целыми координатами, лежащих в шаре  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$ . Перечислите вершины  $X$ .

**Задача 3.** Докажите, что через точки  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 1)$  и  $(1/2, 3/2)$  проходит единственная кривая второго порядка. Определите ее тип (эллипс, парабола, и т.п.).

**Задача 4.** Вершины тетраэдра  $PQRS$  имеют координаты  $P = (0, 0, 0)$ ,  $Q = (0, 0, 3)$ ,  $R = (0, 2, 2)$ ,  $S = (2, 2, 3)$ . Сечение тетраэдра плоскостью  $\pi$  — трапеция  $ABCD$  (с основаниями  $AD$  и  $BC$ ), вершина  $A$  которой делит ребро  $PQ$  в отношении  $2 : 1$  (считая от  $P$ ), а вершина  $B$  является серединой ребра  $PR$ . Найдите а) координаты вершин  $C$  и  $D$ , б) уравнение плоскости  $\pi$ , в) площадь трапеции.