

Листок 6 (ОБО ВСЕМ ПОНЕМНОЖКУ)

1. а) Какова мощность множества бесконечных последовательностей действительных чисел?

б) Какова мощность множества бесконечных последовательностей целых чисел?

2. Найдите предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \ln n}{n + \ln n}.$$

3. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \ln n) = +\infty$.

4. Множество $X \subset (0; 1)$ состоит из бесконечных десятичных дробей, получаемых всевозможными перестановками знаков после запятой в десятичном разложении для $1/7$. Найдите $\sup X$ и $\inf X$.

5. Докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n = e^2.$$

6. Найдите

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2^n}}{2^{3^n}}.$$

7*. Существует ли предел последовательности $\{x_n\}$, где

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{2^1}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)?$$