

АЛГЕБРА. Задачи к лекции 3 (принимаются до 12.11.08). ДЗ-2.

Пусть  $M$  — множество степеней  $\leq 10$  с коэффициентами в  $\mathbb{R}$ .

1) Найти  $\dim M$ .

2) Рассм. многочлены  $\binom{x}{k} := \frac{x(x-1)\dots(x-k+1)}{k!}$ ;  $\binom{x}{0} = 1$ .

Дока, что любой многочлен  $f \in M$  записывается в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^{10} b_k \binom{x}{k}, \quad b_k \in \mathbb{R}. \quad \text{Будут ли } \left\{ \binom{x}{k}, k=0, \dots, 10 \right\} \text{ базисом?}$$

3) Пусть  $W \subset M$  состоит из многочленов  $f$  для которых  $f(0) = f(-1) = 0$ .  
Найти  $\dim W$ .

Пусть  $V$  некоторое конечномерное вект. пространство и  $W$  — подпростр.

4) Дока:  $\dim W \leq \dim V$

5) Дока: если  $\dim W = \dim V$ , то  $W = V$ .

Суммой подпространств  $W, T$  называется множество

$$\{w+t \mid w \in W, t \in T\} =: W+T$$

6)\* Дока:  $\dim(W+T) = \dim W + \dim T - \dim(W \cap T)$ .

7)\* Верна ли аналогичная формула для трех подпространств?

Имеем  $f'$  обозначает производную многочлена  $f$ .

8)\* Пусть  $T \subset M$  состоит из многочленов  $f$  для которых  $f(1) = f'(1) = f(-1) = 0$ .  
Найти  $\dim T$ . (М — как и выше).