

АЛГЕБРА – модуль 2: Содержание лекций.

Лекция 6

1. Примеры линейных отображений: дифференцирование, умножение на матрицу.
2. Отображения проектирования (связанные с разложением в прямую сумму). Отображение отражения.
3. Матрица линейного отображения (относительно пары базисов).
4. Теорема - вычисление матрицы произведения отображений.
5. Следствие - умножение матриц ассоциативно.

Лекция 7

1. Ядро и образ линейного отображения. Теорема о сумме размерностей ядра и образа.
2. Ассоциативность умножения матриц (вычисление матричных элементов).
3. Дистрибутивность умножения матриц и линейных отображений.
4. Единичная матрица. Обратная матрица.
5. Теорема: существует правая обратная к $A \iff \text{rk } A = n$
 \iff существует левая обратная к $A \iff$ существует A^{-1} .
5. Нахождение обратной матрицы элементарными преобразованиями.

Лекция 8

1. Обратная к произведению: формула.
2. Матрица линейного оператора и матрица перехода к новому базису: "эффект поезда".
3. Матрица линейного оператора в новом базисе.
4. Доказательство формулы перехода к новым координатам.
5. Пример вычисления предела $\lim_{m \rightarrow \infty} (\lambda^{-1} H)^m$.
6. Теорема: p - проектор $\iff p^2 = p$.

Лекция 9

1. Алгебра операторов/квадратных матриц.
2. Многочлены от оператора/матрицы.
3. Коммутирующие матрицы; коммутатор.
4. Собственный вектор, собственное значение, подпространство $\ker(A - \lambda E)$.
5. Теорема об операторе аннулируемом многочленом без кратных корней (многочлен степени три).
6. Грассмановы многочлены, одночлены и мономы. Знак появляющийся при перестановке переменных в грассмановом мономе.
7. Правила умножения грассмановых линейных форм (однородных многочленов степени один).
8. Выражение определителя через произведение грассмановых линейных форм.
9. Определитель произведения матриц.