

АЛГЕБРА – модуль 2:

Содержание лекций.

Лекция 1

1. Системы линейных уравнений, сокращенная запись.
2. Преобразования типа 1, 2, 3 не меняют множество решений.
3. Главный элемент строки и главные неизвестные (ступенчатой системы).
4. Свободные неизвестные. Примеры решения систем линейных уравнений.

Лекция 2

1. Определение ступенчатой матрицы.
2. Метод Гаусса: приведение к ступенчатому виду.
3. Метод Гаусса: решение ступенчатых систем.
4. Подпространство столбцов и базис (предварительное определение).

Лекция 3

1. Определение векторного пространства. Примеры.
2. Линейная комбинация системы векторов. Леммы о выражении вектора через различные системы векторов (уменьшение/увеличение систем).
3. Линейно-независимые системы и системы порождающие все пространство. Определение базиса.
4. Критерий линейной независимости: никакой вектор не выражается через предыдущие.
5. Основная теорема о системах векторов: количество векторов в линейно-независимой системе не превосходит количества векторов порождающей (все пространство) системы.
6. Первое следствие: все базисы конечномерного пространства имеют одинаковое количество векторов. Размерность.

Лекция 4

1. Следствия основной теоремы о системах векторов:
 - = максимальная линейно-независимая система – базис;
 - = любую линейно-независимую систему можно дополнить до базиса;
 - = минимальная порождающая система – базис;
 - = любую порождающую систему можно уменьшить до базиса;
 - = размерность подпространства \leq размерности пространства, если размерности равны, то подпространство совпадает со всем пространством.
2. Пересечение подпространств, сумма подпространств, прямая сумма, линейная оболочка системы векторов.
3. Теорема о размерности прямой суммы нескольких подпространств.
4. Теорема о размерности суммы и пересечения двух подпространств.

Лекция 5

1. Ранг матрицы (через строки). Предложение: ранг совпадает с числом ненулевых строк ступенчатой матрицы (полученной из данной методом Гаусса).
2. Критерий линейной независимости столбцов матрицы. Алгоритм нахождения максимальной линейно-независимой подсистемы системы столбцов.
3. Теорема: ранг матрицы "по строкам" равен "рангу по столбцам".
4. Определение линейной функции. Формула, представляющая линейную функцию как многочлен степени 1 (от координат). Число линейных функций (над конечным полем).
5. Сопряженное пространство. Размерность сопряженного пространства. Дуальный базис.
6. Определение линейного отображения. Задача о числе линейных отображений.
7. Матричное умножение. Примеры вычисления произведений матриц.