M1◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 7\,x_2 - 3\,x_3 - 3\,x_4 + 4\,x_5 = 2 \\ -12\,x_1 - 25\,x_2 + 12\,x_3 + 21\,x_4 - 13\,x_5 = -8 \\ -18\,x_1 - 6\,x_2 - x_3 + 18\,x_4 + x_5 = -2 \\ -7\,x_1 - 6\,x_2 + 2\,x_3 + 9\,x_4 - 2\,x_5 = -2 \end{cases}$$

M1◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} 18 & 7 & -8 & -5 \\ -32 & -13 & 14 & 9 \\ -37 & -13 & 17 & 10 \\ 24 & 6 & -12 & -6 \\ 15 & 5 & -7 & -4 \end{bmatrix}$

M1◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + F^2 - 49\,F - 49 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M2◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 37\,x_1 - 23\,x_2 - 28\,x_3 + 19\,x_4 = -11 \\ -x_1 + x_2 + 7\,x_3 - 6\,x_4 = 2 \\ -24\,x_1 + 14\,x_2 + 3\,x_3 + x_4 = 3 \\ -32\,x_1 + 20\,x_2 + 26\,x_3 - 18\,x_4 = 10 \\ 11\,x_1 - 7\,x_2 - 11\,x_3 + 8\,x_4 = -4 \end{cases}$$

M2◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} 21 & -44 & 32 & 6 & -9 \\ -18 & 47 & -32 & -5 & 14 \\ 13 & -26 & 23 & 5 & -6 \\ -8 & 18 & -15 & -3 & 5 \end{bmatrix}$

M2◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 3\,F^2 - 46\,F + 48 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M3◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 14\,x_1 - 15\,x_2 - 2\,x_3 + 37\,x_4 - 5\,x_5 = -6 \\ -x_1 + 2\,x_2 + 3\,x_3 + x_5 = -1 \\ -13\,x_1 + x_2 + 5\,x_3 + 5\,x_4 + 4\,x_5 = -5 \\ -9\,x_1 + 6\,x_2 + 2\,x_3 - 13\,x_4 + 3\,x_5 = 1 \end{cases}$$

M3◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

$$\text{а) } A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{в) } C = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 5 & 3 \\ -21 & -15 & -3 & -6 \\ -21 & -14 & -7 & -7 \\ 0 & -2 & 8 & 2 \\ -4 & -2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

M3◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + 4\,F^2 - 7\,F - 10 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M4◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 15\,x_1 + 3\,x_2 + 12\,x_3 + 3\,x_4 = -3 \\ -16\,x_1 - 14\,x_2 - 14\,x_3 + 10\,x_4 = -4 \\ -21\,x_1 - 6\,x_2 - 17\,x_3 - 2\,x_4 = 3 \\ -7\,x_1 - 5\,x_2 - 6\,x_3 + 3\,x_4 = -1 \\ 3\,x_1 - 3\,x_2 + 2\,x_3 + 5\,x_4 = -3 \end{cases}$$

M4◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

$$\text{а) } A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{в) } C = \begin{bmatrix} -5 & -36 & 17 & -15 & -2 \\ -7 & -1 & -1 & 8 & 6 \\ 6 & 22 & -9 & 7 & 0 \\ -3 & -17 & 7 & -8 & -2 \end{bmatrix}$$

M4◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 13\,F + 12 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M5◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 4\,x_1 + 24\,x_2 + 2\,x_3 - 4\,x_4 + 12\,x_5 = -6 \\ 8\,x_1 - 14\,x_2 - 31\,x_3 - 4\,x_4 - 10\,x_5 = -5 \\ 7\,x_1 - 17\,x_2 - 27\,x_3 - 3\,x_4 - 10\,x_5 = -4 \\ 17\,x_2 + 11\,x_3 - x_4 + 10\,x_5 = -2 \end{cases}$$

M5◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} 47 & -20 & -20 & -3 \\ 29 & -5 & -20 & -6 \\ 52 & -5 & -40 & -13 \\ -22 & 3 & 16 & 5 \\ 16 & 2 & -16 & -6 \end{bmatrix}$

M5◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 13\,F - 12 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M6◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -13\,x_1 + 17\,x_2 + 12\,x_3 - 13\,x_4 = 11 \\ -7\,x_1 + 9\,x_2 + 4\,x_3 - 5\,x_4 = 5 \\ -6\,x_1 + 7\,x_2 - 8\,x_3 + 5\,x_4 = 0 \\ 13\,x_1 - 16\,x_2 + 4\,x_3 = -5 \\ 8\,x_1 - 10\,x_2 + 2\,x_4 = -4 \end{cases}$$

M6◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} 37 & -3 & 28 & 11 & -12 \\ -30 & 3 & -24 & -9 & 10 \\ 3 & -3 & 3 & 3 & -2 \\ -15 & -1 & -10 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

M6◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 4\,F^2 - 7\,F + 10 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M7◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -7\,x_1+13\,x_2-22\,x_3-7\,x_4+7\,x_5=3\\ 3\,x_1-4\,x_2+4\,x_3-x_5=-1\\ 5\,x_1-14\,x_2+23\,x_3+8\,x_4-8\,x_5=-3\\ -3\,x_1+4\,x_2-10\,x_3-4\,x_4+3\,x_5=1 \end{cases}$$

M7◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1\\ -2 & 2 & 1 & -1\\ -2 & -2 & 0 & 2\\ -1 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 & -2\\ 1 & -2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & -2 & -2\\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} -14 & 5 & 16 & 6\\ -9 & 3 & 10 & 4\\ -4 & 4 & 8 & 0\\ 10 & -4 & -12 & -4\\ 6 & -3 & -8 & -2 \end{bmatrix}$

M7◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3+2\,F^2-41\,F-42=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M8◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 10\,x_1+3\,x_2+12\,x_3+13\,x_4=-11\\ 5\,x_1+18\,x_2+12\,x_3+8\,x_4=-1\\ -6\,x_1-15\,x_2-12\,x_3-9\,x_4=3\\ -4\,x_1+12\,x_2-4\,x_4=8\\ -4\,x_1+x_2-4\,x_3-5\,x_4=5 \end{cases}$$

M8◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2 & -2\\ 0 & -2 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 1\\ 2 & 1 & 2 & 0\\ -2 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} -15 & 13 & 6 & -2 & -2\\ -4 & 16 & 5 & 2 & -1\\ -18 & 13 & 7 & 0 & -1\\ -7 & 9 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

M8◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3-2\,F^2-41\,F+42=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M9◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -6\,x_1 - x_2 - 11\,x_3 - 4\,x_4 = -3 \\ 10\,x_1 + x_2 + 19\,x_3 + 7\,x_4 = 5 \\ -5\,x_1 - 5\,x_2 - 13\,x_3 - 7\,x_4 + 2\,x_5 = -4 \\ -4\,x_1 - 8\,x_3 - 3\,x_4 = -2 \end{cases}$$

M9◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} -16 & 29 & -6 & 4 \\ -34 & 61 & -9 & 11 \\ -16 & 30 & -12 & 0 \\ 16 & -26 & -12 & -16 \\ 6 & -10 & -3 & -5 \end{bmatrix}$

M9◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 2\,F^2 - 43\,F - 40 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M10◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -15\,x_1 + 18\,x_2 + 5\,x_3 - 2\,x_4 = -12 \\ 32\,x_1 + 61\,x_2 + 13\,x_3 + 9\,x_4 = -17 \\ 16\,x_1 - x_2 - x_3 + 3\,x_4 = 5 \\ -9\,x_1 - 6\,x_2 - x_3 - 2\,x_4 = 0 \\ 4\,x_1 + 5\,x_2 + x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

M10◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} 19 & -25 & 12 & 8 & -5 \\ 2 & 3 & -4 & -2 & 3 \\ 9 & -4 & -3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

M10◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + F^2 - 10\,F + 8 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M11◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1+9\,x_2+7\,x_3-10\,x_4-4\,x_5=0\\ 5\,x_2+4\,x_3-5\,x_4-2\,x_5=0\\ -x_1+x_2+x_3=0\\ 9\,x_1+7\,x_2+5\,x_3-10\,x_4-5\,x_5=-1 \end{cases}$$

M11◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -2\\ 1 & -2 & 2 & -1\\ -1 & -1 & 1 & 1\\ -2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 2\\ 1 & -2 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 1 & 0\\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} 15 & -3 & 9 & 6\\ -7 & -13 & -6 & -1\\ 16 & 8 & 11 & 5\\ 2 & 6 & 2 & 0\\ 6 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

M11◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3+F^2-9\,F-9=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M12◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -6\,x_1+8\,x_2+8\,x_3+6\,x_4=2\\ -10\,x_1-38\,x_2+61\,x_3+21\,x_4=18\\ -2\,x_1-30\,x_2+33\,x_3+9\,x_4=10\\ -4\,x_1+10\,x_2+x_3+3\,x_4=0\\ x_1+8\,x_2-10\,x_3-3\,x_4=-3 \end{cases}$$

M12◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0\\ -2 & -1 & 2 & 0\\ 1 & -2 & -2 & -1\\ 2 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 & 1\\ -1 & 0 & 2 & 0\\ 0 & -2 & -1 & -2\\ -2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} -20 & -21 & 1 & -4 & -3\\ -13 & -9 & -4 & 1 & 0\\ 16 & 12 & 3 & 0 & 1\\ 10 & 4 & 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

M12◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3-3\,F^2-6\,F+8=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M13◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -7\,x_1+12\,x_2-16\,x_3+12\,x_4+9\,x_5=-5\\ 3\,x_1+7\,x_2-17\,x_3+12\,x_4+6\,x_5=-4\\ 8\,x_1+11\,x_2+17\,x_3-15\,x_4-10\,x_5=-1\\ -4\,x_1-10\,x_2-6\,x_3+6\,x_4+4\,x_5=2 \end{cases}$$

M13◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 & 0\\ 1 & -1 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 2 & -2\\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B=\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 1\\ -2 & 2 & -2 & -2\\ -1 & 2 & 0 & 2\\ -1 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C=\begin{bmatrix} 6 & -24 & -48 & 18\\ 1 & 12 & 8 & -5\\ -3 & 10 & 22 & -8\\ 1 & 2 & -2 & 0\\ -2 & 4 & 12 & -4 \end{bmatrix}$

M13◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3+3\,F^2-33\,F-35=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M14◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -13\,x_1-18\,x_2-x_3+5\,x_4=-2\\ -10\,x_1-9\,x_2+11\,x_3-x_4=4\\ 2\,x_1-x_2-9\,x_3+3\,x_4=-4\\ -4\,x_1-12\,x_2-16\,x_3+8\,x_4=-8\\ -x_1+4\,x_2+13\,x_3-5\,x_4=6 \end{cases}$$

M14◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & -1 & 2\\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B=\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 0\\ 2 & -2 & -2 & 2\\ -1 & -1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C=\begin{bmatrix} -6 & -14 & -16 & 21 & -14\\ 7 & -26 & -1 & 20 & -12\\ 6 & -15 & 3 & 11 & -6\\ -2 & 16 & 2 & -22 & 12 \end{bmatrix}$

M14◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3-F^2-36\,F+36=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M15◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -15\,x_1 + 2\,x_2 - 7\,x_3 - 7\,x_5 = 4 \\ x_1 - 25\,x_2 + 6\,x_3 - 22\,x_4 - 5\,x_5 = 4 \\ 8\,x_1 - 16\,x_2 + 19\,x_3 - 8\,x_4 + 15\,x_5 = -5 \\ -6\,x_1 + 4\,x_2 - 10\,x_3 - 10\,x_5 = 4 \end{cases}$$

M15◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -7 & -19 & 39 & -23 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & -4 & 6 & -3 \\ -8 & -4 & 18 & -13 \\ 4 & 0 & -6 & 5 \end{bmatrix}$

M15◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - F^2 - 37\,F - 35 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M16◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -21\,x_1 - 11\,x_2 - 18\,x_3 + 19\,x_4 = -5 \\ 6\,x_1 - 4\,x_2 - 2\,x_3 - 9\,x_4 = 5 \\ -18\,x_1 - 8\,x_2 - 14\,x_3 + 17\,x_4 = -5 \\ -6\,x_1 - 2\,x_2 - 4\,x_3 + 6\,x_4 = -2 \\ -6\,x_1 - 6\,x_2 - 8\,x_3 + 4\,x_4 = 0 \end{cases}$$

M16◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -3 & 9 & 0 & 4 & 0 \\ -3 & -13 & 10 & 6 & -4 \\ -6 & -7 & 7 & 3 & -2 \\ 9 & 10 & -7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

M16◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 5\,F^2 - 28\,F + 32 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M17◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 25\,x_1+21\,x_2+6\,x_3+19\,x_4+4\,x_5=13 \\ -7\,x_1+18\,x_2+15\,x_3+11\,x_4+14\,x_5=5 \\ -9\,x_1-5\,x_2+x_3-5\,x_4=-3 \\ 9\,x_2+4\,x_3+6\,x_4+6\,x_5=2 \end{cases}$$

M17◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B=\begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C=\begin{bmatrix} 17 & 1 & -5 & 9 \\ 0 & 7 & -1 & -5 \\ -16 & 4 & 4 & -12 \\ 1 & -2 & 0 & 2 \\ 5 & -3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

M17◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3+2\,F^2-5\,F-6=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M18◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 43\,x_1+5\,x_2-23\,x_3-15\,x_4=-8 \\ 20\,x_1-5\,x_2-22\,x_3-12\,x_4=-10 \\ 37\,x_1+10\,x_2-11\,x_3-9\,x_4=-2 \\ -7\,x_1+5\,x_3+3\,x_4=2 \\ 23\,x_1+10\,x_2-x_3-3\,x_4=2 \end{cases}$$

M18◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C=\begin{bmatrix} 14 & -18 & -21 & -10 & -5 \\ -10 & 0 & -9 & -4 & -8 \\ -1 & 2 & 10 & 6 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

M18◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3-2\,F^2-5\,F+6=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M19◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 21\,x_1 + 3\,x_3 + 6\,x_4 - 12\,x_5 = -3 \\ -8\,x_1 + 16\,x_2 - 8\,x_3 + 16\,x_4 = -4 \\ -20\,x_1 - x_2 - 2\,x_3 - 9\,x_4 + 13\,x_5 = 4 \\ 15\,x_1 - 3\,x_2 + 3\,x_3 + 3\,x_4 - 9\,x_5 = -2 \end{cases}$$

M19◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -18 & -12 & -6 & -12 \\ -8 & -4 & -3 & -5 \\ -3 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

M19◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + 4\,F^2 - 25\,F - 28 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M20◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -16\,x_1 - 15\,x_2 - 19\,x_3 - 10\,x_4 = 4 \\ -7\,x_1 + 37\,x_2 - 3\,x_3 + 2\,x_4 = 6 \\ 19\,x_1 + 5\,x_2 + 21\,x_3 + 10\,x_4 = -6 \\ 6\,x_1 - 20\,x_2 + 4\,x_3 = -4 \\ -5\,x_1 + 3\,x_2 - 5\,x_3 - 2\,x_4 = 2 \end{cases}$$

M20◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} 6 & -28 & -6 & -23 & 6 \\ -3 & 9 & -5 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -5 & -4 & 2 \\ -2 & 10 & 2 & 8 & -2 \end{bmatrix}$

M20◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 31\,F + 30 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M21◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 11\,x_1 - 11\,x_2 - 5\,x_3 - 4\,x_4 + 6\,x_5 = 1 \\ 10\,x_1 - 30\,x_2 - 7\,x_3 - 5\,x_4 + 25\,x_5 = 7 \\ 9\,x_1 + 3\,x_2 - x_3 - 2\,x_4 - 8\,x_5 = -3 \\ 13\,x_2 + 2\,x_3 + x_4 - 13\,x_5 = -4 \end{cases}$$

M21◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} 27 & 13 & 9 & 5 \\ -17 & -11 & -12 & 6 \\ 11 & 5 & 3 & 3 \\ -12 & -4 & 0 & -8 \\ -16 & -8 & -6 & -2 \end{bmatrix}$

M21◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 31\,F - 30 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M22◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 18\,x_1 + 9\,x_2 + 45\,x_3 + 45\,x_4 = -18 \\ -14\,x_1 - 29\,x_2 - 61\,x_3 - 69\,x_4 = 26 \\ -3\,x_1 + 4\,x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -11\,x_2 - 13\,x_3 - 17\,x_4 = 6 \\ 2\,x_1 + 12\,x_2 + 18\,x_3 + 22\,x_4 = -8 \end{cases}$$

M22◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} 40 & -37 & -19 & 30 & 23 \\ 8 & -14 & 1 & 7 & 4 \\ -12 & 5 & 9 & -8 & -7 \\ 3 & 5 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

M22◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 4\,F^2 - 25\,F + 28 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

Матрицы. Вариант 23. Индивидуальное Письменное Задание №3

M23◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -11\,x_1 + x_2 - 6\,x_3 - 4\,x_4 + 6\,x_5 = -4 \\ 29\,x_1 - 16\,x_2 + 20\,x_3 + 4\,x_4 - 22\,x_5 = 12 \\ -23\,x_1 + 13\,x_2 - 16\,x_3 - 4\,x_4 + 18\,x_5 = -10 \\ x_1 - 8\,x_2 + 3\,x_3 - 4\,x_4 - 4\,x_5 = 1 \end{cases}$$

M23◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -10 & 10 & -34 & 12 \\ 8 & -1 & 9 & -4 \\ -7 & 4 & -16 & 6 \\ -11 & 2 & -14 & 6 \\ 6 & -2 & 10 & -4 \end{bmatrix}$

M23◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 4\,F^2 - 29\,F - 24 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

Матрицы. Вариант 24. Индивидуальное Письменное Задание №3

M24◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2\,x_1 + 6\,x_2 - 4\,x_3 = 2 \\ -29\,x_1 - 12\,x_2 - 12\,x_3 - 15\,x_4 = -9 \\ -13\,x_1 - 9\,x_2 - 2\,x_3 - 6\,x_4 = -5 \\ -33\,x_1 - 9\,x_2 - 18\,x_3 - 18\,x_4 = -9 \\ 17\,x_1 + 6\,x_2 + 8\,x_3 + 9\,x_4 = 5 \end{cases}$$

M24◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & -8 & 22 & 10 \\ -7 & -8 & -4 & 19 & 9 \\ 4 & 3 & 1 & -9 & -4 \end{bmatrix}$

M24◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - F^2 - 4\,F + 4 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M25◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -5\,x_1 - x_2 - 7\,x_3 - 6\,x_4 + 7\,x_5 = -12 \\ 7\,x_1 + 7\,x_2 + 12\,x_3 + 11\,x_4 - 8\,x_5 = 12 \\ -3\,x_1 - 12\,x_2 - 18\,x_3 - 24\,x_4 + 15\,x_5 = -18 \\ 2\,x_1 - 6\,x_2 - 8\,x_3 - 14\,x_4 + 8\,x_5 = -8 \end{cases}$$

M25◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} 9 & -32 & -15 & 5 \\ 3 & -4 & -1 & -1 \\ 12 & -21 & -7 & -2 \\ -3 & -1 & -2 & 3 \\ -3 & 9 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

M25◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + 5\,F^2 - 17\,F - 21 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M26◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 34\,x_1 - x_2 + 11\,x_3 + 13\,x_4 = 3 \\ -7\,x_1 + 7\,x_2 - 11\,x_3 - 3\,x_4 = 1 \\ -8\,x_1 - x_2 - x_3 - 3\,x_4 = -1 \\ 13\,x_1 - x_2 + 5\,x_3 + 5\,x_4 = 1 \\ -5\,x_1 + 2\,x_2 - 4\,x_3 - 2\,x_4 = 0 \end{cases}$$

M26◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -11 & 2 & -10 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & -6 & 4 & -1 \\ 5 & 1 & 11 & -4 & -2 \\ -1 & -2 & -6 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

M26◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + F^2 - 26\,F + 24 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M27◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 4\,x_1 - 26\,x_2 - x_3 + 5\,x_4 - 14\,x_5 = 3 \\ -3\,x_1 + 6\,x_2 - 8\,x_3 - 8\,x_4 + 12\,x_5 = -5 \\ -6\,x_1 + 15\,x_2 - 6\,x_3 - 9\,x_4 + 18\,x_5 = -6 \\ 6\,x_1 - 2\,x_2 + x_3 + 3\,x_4 - 10\,x_5 = 3 \end{cases}$$

M27◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} 7 & 11 & -5 & -7 \\ -9 & -7 & 5 & 4 \\ 8 & 4 & -4 & -2 \\ -1 & -3 & 1 & 2 \\ 6 & 8 & -4 & -5 \end{bmatrix}$

M27◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + F^2 - 25\,F - 25 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M28◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 29\,x_1 - 4\,x_2 + 18\,x_3 - 5\,x_4 = -3 \\ -x_1 + 11\,x_2 + 3\,x_3 - 2\,x_4 = 3 \\ 4\,x_1 - 14\,x_2 - 2\,x_3 + 2\,x_4 = -4 \\ 10\,x_1 - 5\,x_2 + 5\,x_3 - x_4 = -2 \\ 4\,x_1 + x_2 + 3\,x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

M28◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C = \begin{bmatrix} 35 & -22 & -11 & -10 & 8 \\ 20 & -7 & -7 & -3 & 9 \\ -24 & 18 & 8 & 8 & -4 \\ -9 & 9 & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

M28◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 3\,F^2 - 22\,F + 24 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

Матрицы. Вариант 29. Индивидуальное Письменное Задание №3

M29◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -8\,x_2 - 35\,x_3 - 3\,x_4 + 8\,x_5 = 7 \\ 3\,x_1 + 3\,x_2 + 4\,x_3 - 7\,x_4 = -3 \\ -19\,x_1 - x_2 + 31\,x_3 + 38\,x_4 - 12\,x_5 = 4 \\ 8\,x_1 + 3\,x_2 - 14\,x_4 + 2\,x_5 = -4 \end{cases}$$

M29◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -10 & 8 & -4 & 2 \\ -23 & 10 & -14 & -5 \\ -5 & -3 & -6 & -7 \\ 0 & 7 & 4 & 8 \\ -1 & -2 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

M29◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 3\,F^2 - 25\,F - 21 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

Матрицы. Вариант 30. Индивидуальное Письменное Задание №3

M30◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -3\,x_1 - 36\,x_2 - 18\,x_3 + 21\,x_4 = -6 \\ x_1 + 21\,x_2 + 10\,x_3 - 13\,x_4 = 4 \\ -18\,x_2 - 8\,x_3 + 12\,x_4 = -4 \\ -x_1 + 42\,x_2 + 18\,x_3 - 29\,x_4 = 10 \\ x_1 - 15\,x_2 - 6\,x_3 + 11\,x_4 = -4 \end{cases}$$

M30◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} 12 & -18 & 2 & -7 & 4 \\ 2 & -27 & -14 & -12 & 0 \\ -27 & 25 & 15 & 7 & 6 \\ -11 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

M30◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 7\,F^2 - 10\,F + 16 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M31◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -15\,x_1+9\,x_2-15\,x_3+6\,x_4+3\,x_5=3\\ 5\,x_1+4\,x_2+x_3-x_4+2\,x_5=0\\ 40\,x_1-6\,x_2+31\,x_3-13\,x_4-8\,x_5=-8\\ -15\,x_1+4\,x_2-13\,x_3+5\,x_4+6\,x_5=4 \end{cases}$$

M31◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2\\ 0 & -2 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & 2\\ 0 & 2 & 2 & 0\\ -1 & -2 & -1 & -1\\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} -3 & -6 & 0 & -2\\ -8 & -26 & -20 & -12\\ -5 & -11 & -2 & -4\\ 5 & 17 & 14 & 8\\ 3 & 9 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

M31◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3+6\,F^2-9\,F-14=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M32◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2\,x_1-10\,x_2+2\,x_3-6\,x_4=4\\ -15\,x_1+3\,x_2+3\,x_3+7\,x_4=-2\\ 37\,x_1-41\,x_2+x_3-35\,x_4=18\\ -6\,x_1-6\,x_2+3\,x_3-x_4=2\\ -8\,x_1+4\,x_2+x_3+5\,x_4=-2 \end{cases}$$

M32◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 & 2\\ -2 & 1 & 1 & 0\\ 2 & -2 & -1 & -2\\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 & -2\\ 1 & 0 & -2 & -2\\ 1 & -1 & -2 & -2\\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} -4 & 11 & 3 & 10 & -11\\ -18 & 18 & 11 & 14 & -12\\ 4 & -1 & -2 & 0 & -1\\ 11 & -8 & -7 & -6 & 4 \end{bmatrix}$

M32◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3+2\,F^2-21\,F+18=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M33◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5\,x_1 - 15\,x_2 + 53\,x_3 - 49\,x_4 - 7\,x_5 = 14 \\ 5\,x_1 - 6\,x_2 + 11\,x_3 - 10\,x_4 + 2\,x_5 = 2 \\ -4\,x_1 + 7\,x_2 - 16\,x_3 + 15\,x_4 + x_5 = -4 \\ -2\,x_1 + 5\,x_2 - 15\,x_3 + 14\,x_4 + 2\,x_5 = -4 \end{cases}$$

M33◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -10 & 4 & -2 & 4 \\ 99 & -13 & 24 & -34 \\ -48 & 4 & -12 & 16 \\ -26 & -1 & -7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

M33◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + 2\,F^2 - 19\,F - 20 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M34◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -27\,x_1 - 7\,x_2 - 12\,x_3 + 7\,x_4 = 10 \\ -9\,x_1 - 14\,x_2 + 3\,x_3 - 7\,x_4 = 8 \\ 18\,x_1 + 3\,x_2 + 9\,x_3 - 6\,x_4 = -6 \\ 12\,x_1 + 17\,x_2 - 3\,x_3 + 8\,x_4 = -10 \\ 6\,x_1 + 6\,x_2 + 2\,x_4 = -4 \end{cases}$$

M34◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk} C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} 11 & -11 & 12 & 12 & 3 \\ 20 & -23 & 27 & 30 & 9 \\ -22 & 14 & -17 & -30 & -11 \\ -9 & 3 & -4 & -12 & -5 \end{bmatrix}$

M34◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 2\,F^2 - 19\,F + 20 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M35◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -2\,x_1+7\,x_2+4\,x_3+13\,x_4-6\,x_5=3 \\ 7\,x_1-5\,x_2-5\,x_3-2\,x_4=0 \\ 14\,x_1-20\,x_2-18\,x_3-50\,x_4+22\,x_5=-14 \\ -10\,x_1+14\,x_2+12\,x_3+30\,x_4-13\,x_5=8 \end{cases}$$

M35◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B=\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C=\begin{bmatrix} -33 & 30 & 3 & -12 \\ 31 & -18 & -1 & 8 \\ 14 & -28 & -4 & 10 \\ -2 & -16 & -3 & 5 \\ -4 & -4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

M35◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3-2\,F^2-21\,F-18=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M36◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 10\,x_1-6\,x_2-6\,x_3+2\,x_4=0 \\ -22\,x_1-5\,x_2-26\,x_3-10\,x_4=-14 \\ 15\,x_1+4\,x_2+19\,x_3+7\,x_4=10 \\ -20\,x_1-x_2-16\,x_3-8\,x_4=-10 \\ -7\,x_1-x_2-7\,x_3-3\,x_4=-4 \end{cases}$$

M36◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ б) $B=\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ в) $C=\begin{bmatrix} -2 & 8 & 5 & 6 & 3 \\ 1 & -17 & -12 & -11 & -5 \\ -4 & 4 & 0 & 5 & 3 \\ -5 & -5 & -7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

M36◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3-6\,F^2-9\,F+14=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M37◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 25\,x_1 - 7\,x_2 + 26\,x_3 - 14\,x_4 + 20\,x_5 = 8 \\ 4\,x_1 + x_2 + 9\,x_3 - 5\,x_4 + 10\,x_5 = 3 \\ 38\,x_1 + x_2 + x_3 - 13\,x_4 + 43\,x_5 = 19 \\ 11\,x_1 + x_2 - 4\,x_4 + 14\,x_5 = 6 \end{cases}$$

M37◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} 9 & -40 & 26 & 12 \\ 19 & -37 & 21 & 5 \\ -9 & 33 & -21 & -9 \\ 9 & -5 & 1 & -3 \\ -6 & 8 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

M37◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 - 57\,F - 56 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M38◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -9\,x_1 - 5\,x_2 - 17\,x_3 = -5 \\ x_1 + 5\,x_2 + 8\,x_3 - 5\,x_4 = 0 \\ -6\,x_1 - 6\,x_2 - 15\,x_3 + 3\,x_4 = -3 \\ 7\,x_1 - 13\,x_2 - 10\,x_3 + 19\,x_4 = 6 \\ 2\,x_1 - 6\,x_2 - 6\,x_3 + 8\,x_4 = 2 \end{cases}$$

M38◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C = \begin{bmatrix} -8 & 12 & -8 & 6 & 0 \\ 5 & -9 & 3 & -3 & 2 \\ 5 & -9 & 4 & -4 & 2 \\ 1 & -3 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

M38◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3 + 3\,F^2 - 16\,F + 12 = 0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M39◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -41\,x_1+10\,x_2+15\,x_3+24\,x_4+5\,x_5=7\\ -5\,x_1+6\,x_2-7\,x_3+6\,x_4-10\,x_5=-4\\ -38\,x_1+13\,x_2+6\,x_3+24\,x_4-7\,x_5=1\\ -12\,x_1+5\,x_2+8\,x_4-5\,x_5=-1 \end{cases}$$

M39◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 0 & -2 & -2 & -1\\ -1 & 2 & 0 & -1\\ -2 & 2 & -1 & -2\\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 & -2\\ 2 & 0 & 1 & 0\\ 2 & 2 & -2 & 2\\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} -23 & 57 & 20 & 7\\ -1 & 7 & 2 & 2\\ 10 & -14 & -6 & 1\\ -8 & 16 & 6 & 1\\ -10 & 22 & 8 & 2 \end{bmatrix}$

M39◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3+3\,F^2-13\,F-15=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.

M40◇1. Найдите все решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -7\,x_1-x_2-11\,x_3=6\\ -11\,x_1-8\,x_2-34\,x_3+9\,x_4=12\\ -20\,x_1-24\,x_3-4\,x_4=16\\ 10\,x_2+26\,x_3-14\,x_4=-4\\ 2\,x_1-4\,x_2-8\,x_3+6\,x_4=0 \end{cases}$$

M40◇2. Найдите обратную матрицу A^{-1}, определитель $\det B$ и ранг $\mathrm{rk}C$ для матриц:

а) $A=\begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 & 2\\ 2 & 1 & -2 & 0\\ 2 & -1 & -1 & -1\\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **б)** $B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -2\\ 1 & -2 & 2 & -2\\ 1 & -1 & 1 & 0\\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ **в)** $C=\begin{bmatrix} 7 & 8 & 7 & 3 & -6\\ -6 & 0 & -7 & 0 & 4\\ 11 & 11 & 7 & 5 & -8\\ -2 & -1 & -4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

M40◇3. Известно, что линейный оператор $V \xrightarrow{F} V$ удовлетворяет уравнению $F^3-F^2-16\,F+16=0$. Найдите собственные значения F и выразите проекторы на собственные подпространства оператора F в виде многочленов от F.