

ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ
УСТНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ
НА ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ

ЗАДАЧА 1. Может ли центральная проекция куба из какой-нибудь точки пространства на какую-нибудь плоскость оказаться пятиугольником? Приведите пример такой проекции или докажите, что её не существует.

ЗАДАЧА 2. Есть ли общий корень у многочленов

$$9x^4 + 9x^3 + 17x^2 - x - 2 \quad \text{и} \quad 6x^3 + x^2 + 11x - 4 ?$$

ЗАДАЧА 3. Можно ли в выражении

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \underset{1}{\vee} \sin(x) \\ 0 \underset{2}{\vee} \sin(x/3) \\ 0 \underset{3}{\vee} \sin(x/7) \\ 0 \underset{4}{\vee} \sin(x/43) \\ 0 \underset{5}{\vee} \sin(x/2008) \end{array} \right.$$

заменить символы $\underset{1}{\vee}$, $\underset{2}{\vee}$, ..., $\underset{5}{\vee}$ знаками строгих неравенств так, чтобы у полученной системы не было решений?

ЗАДАЧА 4. Через данную точку, лежащую вне круга, ограниченного данной окружностью, проводят всевозможные прямые ℓ , пересекающие эту окружность в паре различных точек. Если касательные, восстановленные к окружности в этих точках, пересекаются, то точку их пересечения обозначают $P(\ell)$. Опишите множество всех точек $P(\ell)$.

ЗАДАЧА 5. Найдите все основания, для которых существует действительное число, равное своему логарифму по этому основанию.