

УСТНЫЙ ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ
НА ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ

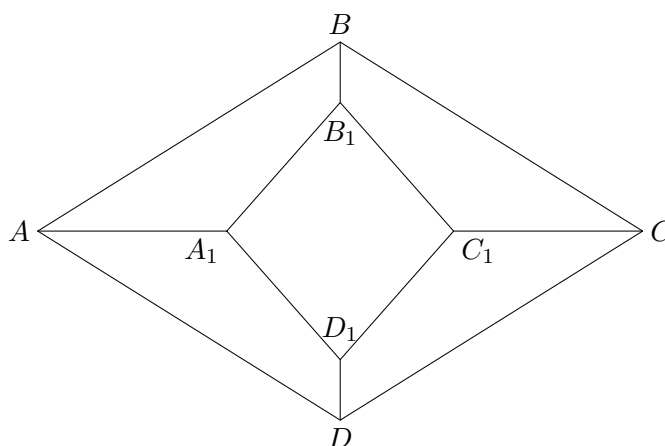
ЗАДАЧА 1. Найдите кратчайшее расстояние от точки на окружности единичного радиуса с центром в начале координат до точки на графике квадратного трёхчлена, пересекающего ось ординат при $y = -2$, а ось абсцисс — при $x = \pm 2$.

ЗАДАЧА 2. Найдите наименьшее $n \geq 2008$, для которого система из n уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 1 = x_1 x_2 \\ x_2 - 1 = x_2 x_3 \\ x_3 - 1 = x_3 x_4 \\ \dots\dots\dots \\ x_n - 1 = x_n x_1 \end{cases}$$

имеет действительное решение.

ЗАДАЧА 3. Существует ли многогранник, который можно параллельно спроектировать на плоскость так, чтобы проекции вершин и рёбер образовали представленную на рисунке фигуру?



На чертеже изображены все вершины и все рёбра, никаких наложений не происходит, $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ — ромбы с общим центром, A_1 и C_1 лежат на прямой AC , B_1 и D_1 лежат на прямой BD , $AC > BD$, $A_1C_1 < B_1D_1$. Приведите пример такого многогранника и такой проекции или докажите, что их не существует.

ЗАДАЧА 4. Известно, что 26-значное число 21 982 145 917 308 330 487 013 369 является 13-ой степенью некоторого натурального числа m . Найдите это m .

ЗАДАЧА 5. Последовательные стороны выпуклого четырехугольника (при обходе по часовой стрелке) равны 7, 4, 2 и 3. Может ли его площадь быть равна 13? Приведите пример такого четырехугольника или докажите, что его не существует.