**2.1.** Пусть $X = [0,1) \cup [2,3) \cup \{4\}$ (с топологией, индуцированной из $\mathbb{R}$). Существует ли подмножество $Y \subset \mathbb{R}$, которому гомеоморфна одноточечная компактификация $X_+$ пространства $X$? Существует ли локально компактное пространство, не гомеоморфное $X$, одноточечная компактификация которого гомеоморфна $X_+$?

**2.2.** Постройте гомеоморфизм между $[0,1]/[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ и $[0,1]$.

**2.3.** Пусть $D = \{z \in \mathbb{C} \colon |z| \leqslant 1\}$. Введем на $D$ следующее отношение эквивалентности: $z \sim w$ тогда и только тогда, когда $z = i^k w$ для некоторого $k \in \mathbb{Z}$. Докажите, что факторпространство $D/{\sim}$ гомеоморфно $D$.

Топологическое пространство называется *секвенциально компактным*, если каждая последовательность его точек имеет сходящуюся подпоследовательность. В курсе анализа будет доказано, что для метризуемых пространств секвенциальная компактность эквивалентна компактности. Следующие две задачи показывают, что для более общих топологических пространств это уже не так — точнее, ни одно из этих двух свойств не влечет второе.

**2.4.** Пусть $X$ — подмножество в произведении $\{0,1\}^S$ несчетного семейства двоеточий $\{0,1\}$, состоящее из всех тех элементов, у которых не более чем счетное число координат отличны от нуля. (Пространство $\{0,1\}$ здесь снабжается дискретной топологией, а пространство $\{0,1\}^S$ — топологией произведения, или, что то же самое, топологией поточечной сходимости.) Докажите, что $X$ секвенциально компактно, но не замкнуто в $\{0,1\}^S$ и потому не компактно.

**2.5.** Пусть $X$ — произведение континуального семейства двоеточий. Заметим, что $X$ компактно в силу теоремы Тихонова. Покажите, что $X$ не является секвенциально компактным. (*Указание:* континуум — это множество всех последовательностей из нулей и единиц.)