

СПИСОК ЗАДАЧ НОМЕР 10:  
ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

ЗАДАЧИ

1.  $E_1 = E_2 = \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$  и  $f: E_1 \rightarrow E_2$  задается формулой  $X \mapsto X^t$  (транспонированная матрица). Найти  $f'(A)$  для всякой  $A \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$ .
2. а) Пусть  $E_1 = E_2 = \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$  и  $f: E_1 \rightarrow E_2$  задается формулой  $X \mapsto X^2$ . Найти  $f'(A)$  для всякой  $A \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$ .  
б) То же, но отображение задается формулой  $X \mapsto X^n$  для заданного натурального  $n$ .
3. То же, что в задаче 2, но отображение задается формулой  $X \mapsto XX^t$ .
4. Пусть  $f: \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  задается формулой  $X \mapsto \det X$ .  
а) Найдите  $f'(I)$ , где  $I$  — единичная матрица;  
б) Найдите  $f'(A)$ , где  $A$  — произвольная матрица.
5. Пусть отображение  $f: \text{GL}_n(\mathbb{R}) \rightarrow \text{GL}_n(\mathbb{R})$  задано формулой  $X \mapsto X^{-1}$ . Найдите  $f'(A)$  для произвольной  $A \in \text{GL}_n(\mathbb{R})$ .
6. Пусть  $E_1 = E_2 = \mathbb{C}$  и  $f: E_1 \rightarrow E_2$  задается формулой  $z \mapsto \bar{z}$ . Найти  $f'(a)$  для любого  $a$ .
7. Пусть  $E_1 = E_2 = \mathbb{C}$  и  $f: E_1 \rightarrow E_2$  задается формулой  $z \mapsto z^3$ . Найти  $f'(a)$  для любого  $a$ . (Производная — не число, а линейное отображение!)
8. Пусть  $E_1 = \mathbb{C}$ ,  $E_2 = \mathbb{R}$  и  $f: E_1 \rightarrow E_2$  задано как  $z \mapsto |z|^2$ . Найти  $f'(a)$  для любого  $a$ .
9. а) Пусть  $E_1 = E_2 = \mathbb{C}$  и  $f: E_1 \rightarrow E_2$  задается формулой  $z \mapsto P(z)$ , где  $P \in \mathbb{C}[z]$  — многочлен от одной переменной с комплексными коэффициентами. Найти  $f'(a)$  для любого  $a$ .  
б) То же, но  $E_1 = E_2 = \mathbb{C} \setminus \{0\}$  и  $f: z \mapsto \frac{1}{z}$ .
10. Пусть  $E_1 = \mathbb{C}$ ,  $E_2 = \mathbb{R}$  и  $f: E_1 \rightarrow E_2$  задано как  $z \mapsto |z|$ . Выясните, где у отображения  $f$  есть производная, а где ее нет.