1.1. Пусть X — хаусдорфово топологическое пространство. Всегда ли верно, что $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ для любых $A, B \subset X$ (черта означает замыкание)?

1.2. Пусть $X = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$; введем топологию на X следующим образом: подмножество $U \subset X$ назовем открытым, если оно либо не содержит ∞, либо для некоторого $N \in \mathbb{N}$ содержит множество $\{n \in \mathbb{N} \colon n \geqslant N\} \cup \{\infty\}$. Пусть теперь Y — другое топологическое пространство и $f \colon \mathbb{N} \to Y$ — отображение. Докажите, что последовательность $(f(n))$ имеет предел в Y тогда и только тогда, когда f продолжается до непрерывного отображения $\tilde{f} \colon X \to Y$.

1.3. Пусть X — топологическое пространство. Подмножество $Y \subset X$ называется *локально замкнутым*, если у всякой точки $y \in Y$ существует такая окрестность $U \ni y$, $U \subset X$, что $U \cap Y$ замкнуто в U (в индуцированной топологии). Покажите, что следующие условия равносильны.

(1) $Y \subset X$ локально замкнуто.
(2) Y — разность двух замкнутых множеств.
(3) Y — разность двух открытых множеств.
(4) Y — открытое подмножество своего замыкания $\overline{Y}$ (в индуцированной топологии).

1.4. Снабдим пространство $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ всех функций из $\mathbb{R}$ в $\mathbb{R}$ топологией произведения (она же — топология поточечной сходимости). Найдите замыкание в $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ множества всех многочленов без свободного члена.

1.5. Пусть A и B — замкнутые подмножества топологического пространства X, причем $A \cup B$ и $A \cap B$ связны. Докажите, что A и B связны. Верно ли это, если не требовать замкнутости A и B?