

ВВЕДЕНИЕ В ТОПОЛОГИЮ 2017/18  
ЗАДАЧИ ДЛЯ СЕМИНАРА, СПИСОК 4

1. Пусть  $C$  — канторово множество. Докажите, что  $C$  гомеоморфно  $C \times C$ .
2. Пусть опять  $C$  — канторово множество. Постройте сюръективное непрерывное отображение  $C \rightarrow [0; 1]$ .
3. И снова  $C$  — канторово множество. Докажите, что существует непрерывное сюръективное отображение  $g: C \rightarrow [0; 1] \times [0; 1]$ .
4. Пусть  $g: C \rightarrow [0; 1] \times [0; 1]$  — отображение из задачи 3. Продолжим его до отображения  $f: [0; 1] \rightarrow [0; 1] \times [0; 1]$  следующим образом. Если  $x \in C$ , то  $f(x) = g(x)$ , а если  $x \in (a; b)$ , где  $(a; b)$  — один из интервалов, выкинутых из  $[0; 1]$  при построении канторова множества, и если  $x = \lambda a + (1 - \lambda)b$ , то полагаем  $f(x) = \lambda g(a) + (1 - \lambda)g(b)$  (линейное продолжение). Покажите, что  $f$  — непрерывная сюръекция.
5. Покажите, что  $[0; 1)$  и  $(0; 1)$  не гомеоморфны.
6. Покажите, что  $[0; 1)$  и  $[0; 1]$  не гомеоморфны.
7. Покажите, что отрезок и квадрат не гомеоморфны.
8. Покажите, что отрезок и окружность не гомеоморфны.