

ВВЕДЕНИЕ В ТОПОЛОГИЮ 2017/18
Задачи для семинара, список 3

1. Пусть X — множество всех иррациональных чисел, Y — множество всех положительных иррациональных чисел. Наделим X и Y топологиями, индуцированными со стандартной топологии на \mathbb{R} . Докажите, что X и Y гомеоморфны.
2. Пусть X — множество *всех* функций из \mathbb{R} в \mathbb{R} ; отождествив его с $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, наделим его топологией произведения (студент должен объяснить, что, собственно, означают эти слова).
 - а) Докажите, что множество всех многочленов плотно в X .
 - б) Найдите замыкание в X множества всех многочленов без свободного члена.
3. Покажите, что канторово множество гомеоморфно произведению счетного семейства «двоеточий» (дискретных двухэлементных пространств).
4. Верно ли, что дизъюнктное объединение двух метризуемых пространств метризуемо? А дизъюнктное объединение произвольного семейства метризуемых пространств?
5. Покажите, что произведение счетного семейства метризуемых пространств метризуемо. (*Указание.* $\sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(x_n, y_n)/2^n$.)
6. Покажите, что множество всех иррациональных чисел (с топологией, индуцированной с \mathbb{R}) гомеоморфно произведению счетного семейства счетных дискретных пространств. (*Указание:* в свете задачи 1 можно считать иррациональные числа положительными; теперь воспользуйтесь цепными дробями.)

Кроме того, можно порешать со студентами задачи из двух предыдущих списков, которые вы сделать не успели — видимо, такие есть.