

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ — 2

(весенний семестр 2017–2018 уч. года)

Лектор — доц. А. Ю. Пирковский

Семинары — проф. М. З. Ровинский

5 кредитов, 1 лекция и 1 семинар в неделю

Этот курс является продолжением курса «Функциональный анализ — 1» (осенний семестр). Будут выборочно изложены некоторые из приведенных ниже сюжетов. Окончательная программа будет формироваться исходя из того, какой материал будет прочитан в осеннем семестре.

Краткая программа курса

- 1. ДВОЙСТВЕННОСТЬ ДЛЯ БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВ.** Сопряженное пространство и сопряженный оператор. Каноническое вложение во второе сопряженное; рефлексивность. Аннуляторы, преданнуляторы. Описание пространств, сопряженных к подпространствам и к факторпространствам. Связь свойств оператора со свойствами его сопряженного.
- 2. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ.** Спектр элемента алгебры. Банаховы алгебры. Непустота и компактность спектра. Теорема Гельфанда–Мазура. Спектральный радиус. Точечный, непрерывный и остаточный спектры линейного оператора. Спектры и двойственность. Вычисление спектров классических операторов.
- 3. ФРЕДГОЛЬМОВЫ ОПЕРАТОРЫ.** Фредгольмовы операторы, фредгольмов индекс. Теория Рисса–Шаудера. Альтернатива Фредгольма. Критерий Никольского–Аткинсона. Алгебра Калкина. Непрерывность индекса. Устойчивость индекса при компактных возмущениях. Существенный спектр. Приложения к операторам Тёплица.
- 4. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА.** Локально выпуклые пространства. Примеры. Непрерывные линейные операторы. Критерии нормируемости и метризуемости. Дуальные пары и слабые топологии. Теорема Банаха–Алаоглу.
- 5. КОММУТАТИВНЫЕ БАНАХОВЫ АЛГЕБРЫ.** Максимальные идеалы и характеры коммутативной банаховой алгебры. Замкнутость максимальных идеалов. Гельфандов спектр. Преобразование Гельфанда. C^* -алгебры. Теорема Гельфанда–Наймарка о коммутативных C^* -алгебрах.
- 5. СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА.** Непрерывное и борелевское исчисления от самосопряженного оператора. Положительные операторы. Полярное разложение. Спектральные меры и представления алгебр непрерывных функций. Спектральная теорема и функциональная модель самосопряженного оператора. Теория кратности и классификация самосопряженных операторов.