

ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА

При подготовке можно пользоваться любыми материалами, но отвечать нужно “с чистого листа” (который Вам выдаст преподаватель). Вопрос — это название утверждения, которое нужно сформулировать и доказать. Предполагается, что отвечающий самостоятельно даст нужные определения и докажет вспомогательные утверждения (леммы).

Звездочкой отмечены утверждения, которых в лекциях не было. Каждый билет будет содержать одно утверждение “со звездочкой”, но формулировать и доказывать его не обязательно.

- 1) Фундаментальная группа является группой. *Фундаментальный группоид является категорией.
- 2) Фундаментальные группы линейно связных пространств с различными отмеченными точками изоморфны. *Зависимость изоморфизма от соединяющего точки пути.
- 3) Фундаментальные группы гомотопически эквивалентных линейно связных пространств изоморфны. *Фундаментальные группоиды гомотопически эквивалентных пространств — эквивалентные категории.
- 4) Теорема Ван Кампена. *Представление Виртингера фундаментальной группы дополнения к зацеплению в \mathbb{R}^3 .
- 5) Теорема о накрывающей гомотопии.
- 6) Существование односвязного накрытия над локально линейно связной локально односвязной базой.
- 7) Взаимно однозначное соответствие между накрытиями и подгруппами фундаментальной группы. *Категория накрытий эквивалентна категории подгрупп $\pi_1(B)$, в которой морфизмы — включения.
- 8) $\partial^2 = 0$ в сингулярном комплексе.
- 9) Гомотопическая инвариантность сингулярных гомологий.
- 10) Теорема Бокштейна.
- 11) Барицентрическое подразделение порождает изоморфизм в гомологиях. *Та же теорема про относительные гомологии.
- 12) Гомологии комплекса сингулярных цепей, подчиненных заданному покрытию, изоморфны сингулярным гомологиям. *Аналог этой теоремы для относительных гомологий.
- 13) Точность последовательности Майера–Виеториса.
- 14) Точность точной последовательности пары. *Относительные гомологии изоморфны гомологиям пространства с приклеенным конусом.
- 15) Теорема Брауэра.
- 16) Гомотопическая инвариантность относительных гомологий.
- 17) Степень отображения сфер равна сумме знаков прообразов произвольного регулярного значения. *Та же теорема для произвольных компактных ориентированных многообразий. *Та же теорема с коэффициентами mod 2 для произвольных компактных многообразий.
- 18) Ориентированный атлас на многообразии существует тогда и только тогда, когда его ориентирующее накрытие тривиально.
- 19) Старшие гомологии компактного линейно связного ориентируемого многообразия равны \mathbb{Z} . *Старшие гомологии линейно связного компактного неориентируемого многообразия равны 0. *Старшие гомологии линейно связного некомпактного многообразия равны 0.

ГДЕ СМОТРЕТЬ ВОПРОСЫ “СО ЗВЕЗДОЧКОЙ”

- Вопросы про категории см. <http://ium.mccme.ru/f10/topology1.html>.
- Вопрос про представление Виртингера см. А. Хэтчер, “Алгебраическая топология”, упражнение 22 к §1.2.
- Вопрос про гомологии пространства с приклеенным конусом см. Фукс, Фоменко, “Курс гомотопической топологии”, §12, пункт 5 (утверждение (ii) теоремы).
- Вопросы про старшие гомологии многообразий см. в книге Хэтчера, лемма 3.27 и около нее.
- Остальные вопросы проще всего разобрать самостоятельно.