

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И УНИТАРНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

(весенний семестр 2015–2016 уч. года)

Лектор — доц. А. Ю. Пирковский

Основная литература

- [DeitEcht] A. Deitmar, S. Echterhoff. Principles of harmonic analysis. Springer, 2009. *Пожалуй, лучший на сегодняшний день учебник по гармоническому анализу на группах. Покрывает большую часть курса (кроме двойственности Таннаки–Крейна).*
- [Folland] G. B. Folland. A course in abstract harmonic analysis. CRC Press, 1995. *Очень хороший учебник, покрывает большую часть курса (кроме двойственности Таннаки–Крейна). Гармонический анализ на некомпактных неабелевых группах изложен в виде обзора. Пожалуй, единственный недостаток книги — отсутствие упражнений.*
- [HR] Э. Хьюитт, К. Росс. Абстрактный гармонический анализ. Т. 1. М.: Наука, 1975; Т. 2. М.: Мир, 1975. *Энциклопедическая монография по гармоническому анализу на локально компактных абелевых и компактных группах.*
- [JS] A. Joyal, R. Street. An introduction to Tannaka duality and quantum groups. Lecture Notes in Math. **1488**, 411–492. Springer, 1991. *Современное введение в двойственность Таннаки–Крейна, ее обобщения и близкие вопросы.*
- [Zhel] Д. П. Желобенко. Основные структуры и методы теории представлений. М.: МЦН-МО, 2004. *Подробное изложение основ теории представлений различных алгебраических структур, в т.ч. локально компактных групп.*

Дополнительная литература

- [Abe] E. Abe. Hopf algebras. Cambridge University Press, 1980. *Классическая монография по алгебрам Хопфа. Содержит, в частности, материал об интегралах на алгебрах Хопфа и полезное обсуждение двойственности Таннаки–Крейна.*
- [BourInt68] Н. Бурбаки. Интегрирование. Главы VI–VIII. М.: Наука, 1970. *Главы VII и VIII этой книги — введение в меру Хаара, представления, групповые алгебры и смежные вопросы. Изложение хоть и суховатое (как обычно у Бурбаки), но предельно ясное. Замечательное достоинство (как и у всех книг трактата Бурбаки), о котором почему-то редко говорят — обширная коллекция задач, в том числе весьма нетривиальных.*
- [BourSpec] Н. Бурбаки. Спектральная теория. М.: Мир, 1972. *Компактное изложение теории коммутативных банаховых алгебр и гармонического анализа на абелевых локально компактных группах.*
- [Deitmar] A. Deitmar. A first course in harmonic analysis. Springer, 2005. *Элементарное введение в гармонический анализ на группах, не использующее даже (!) интеграл Лебега.*
- [DiestUhl] J. Diestel and J. J. Uhl, Jr. Vector measures. AMS, 1977. *Глава II этой книги — введение в векторнозначное интегрирование.*

- [Dixmier] Ж. Диксмье. C^* -алгебры и их представления. М.: Наука, 1974. *Первая и основная часть книги — развернутое введение в теорию C^* -алгебр. Вторая часть посвящена изложению теории унитарных представлений локально компактных групп (не обязательно компактных или абелевых) с точки зрения C^* -алгебр.*
- [EdComp] R. E. Edwards. Integration and harmonic analysis on compact groups. Cambridge Univ. Press, 1972. *Подробное введение для начинающих. Первая половина книги — введение в интеграл Лебега по схеме Даниэля.*
- [EdFour] Р. Эдвардс. Ряды Фурье в современном изложении. М.: Мир, 1985. *Двухтомный учебник по теории тригонометрических рядов (гармоническому анализу на окружности). В отличие от большинства руководств по этой науке, здесь классические вопросы трактуются с использованием современных методов гармонического анализа на группах. Формально с курсом почти не пересекается, однако полезна для понимания того, как абстрактные методы работают в конкретной ситуации.*
- [FD] J. M. G. Fell, R. S. Doran. Representations of $*$ -algebras, locally compact groups, and Banach $*$ -algebraic bundles. Academic Press, 1988. *Подробное двухтомное введение в унитарные представления групп, представления банаховых алгебр и некоторые более специальные вопросы.*
- [FollandReal] G. B. Folland. Real analysis. Wiley, 1999. *Продвинутый учебник по анализу, включающий подробное изложение теории меры и интеграла, элементы общей топологии, анализа Фурье, теории обобщенных функций и другие сюжеты.*
- [Gurarii] В. П. Гурарий. Групповые методы коммутативного гармонического анализа. Итоги науки и техники, Современные проблемы математики, Коммутативный гармонический анализ—2. М.: ВИНТИ, 1988. *Более подробный, чем [Havin], обзор гармонического анализа в \mathbb{R}^n и на локально компактных абелевых группах.*
- [Havin] В. П. Хавин. Методы и структура коммутативного гармонического анализа. Итоги науки и техники, Современные проблемы математики, Коммутативный гармонический анализ—1. М.: ВИНТИ, 1987. *Краткий обзор гармонического анализа на окружности, в \mathbb{R}^n и на локально компактных абелевых группах.*
- [HelemBA] А. Я. Хелемский. Банаховы и полинормированные алгебры. М.: Наука, 1989. *Один из лучших учебников по теории банаховых алгебр.*
- [HelemFA] А. Я. Хелемский. Лекции по функциональному анализу. М.: МЦНМО, 2004. *Современный университетский учебник. Содержит, в частности, введение в преобразование Фурье на прямой.*
- [Hoch] G. Hochschild. The structure of Lie groups. Holden-Day, 1965. *Книга посвящена главным образом группам Ли. Содержит доказательство теоремы двойственности Таннаки-Крейна в терминах алгебры представляющих функций.*
- [Hoerm1] Л. Хёрмандер. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Т. 1. Теория распределений и анализ Фурье. М.: Мир, 1986. *Главы 1–7 — подробное введение в обобщенные функции и гармонический анализ в \mathbb{R}^n .*
- [HofMorr] К. Н. Hofmann, S. Morris. The structure of compact groups. Walter de Gruyter, 2006. *Монография по указанной в названии области. Несколько начальных глав составляют хороший и подробный учебник по представлениям компактных групп.*

- [Kaniuth] E. Kaniuth. A course in commutative Banach algebras. Springer, 2009. *Современный учебник по коммутативным (и не только) банаховым алгебрам с приложениями в гармоническом анализе.*
- [KnappLie] A. W. Knap. Lie groups: beyond an introduction. Birkhäuser, 2002. *Продвинутый учебник по группам Ли.*
- [KirReps] А. А. Кириллов. Элементы теории представлений. М.: Наука, 1978. *Знаменитая книга по теории представлений, нечто среднее между учебником, задачником и обзором.*
- [KirHarm] А. А. Кириллов. Введение в теорию представлений и некоммутативный гармонический анализ. Итоги науки и техники, Современные проблемы математики, Неоммутативный гармонический анализ—1. М.: ВИНТИ, 1988. *Подробный обзор указанной в названии области.*
- [LangSL2] С. Ленг. $SL_2(\mathbb{R})$. М.: Мир, 1977. *На примере группы $SL_2(\mathbb{R})$ разъясняются основные положения гармонического анализа и теории представлений полупростых (неабелевых, некомпактных) групп Ли.*
- [Loomis] Л. Люмис. Введение в абстрактный гармонический анализ. М.: ИЛ, 1956. *Первая книга, в которой коммутативный гармонический анализ излагается с точки зрения теории банаховых алгебр. Хорошее и краткое (хотя и чуточку устаревшее) введение в предмет.*
- [Mackey] G. W. Mackey. Unitary group representations in physics, probability, and number theory. Benjamin, 1978. *Обзор теории унитарных представлений и ее многочисленных приложений.*
- [Murphy] Дж. Мёрфи. C^* -алгебры и теория операторов. М.: Факториал, 1997. *Доступное введение в теорию C^* -алгебр.*
- [NaimRings] М. А. Наймарк. Нормированные кольца. М.: Наука, 1968. *Одна из первых монографий по банаховым алгебрам. Содержит также введение в общую топологию, теорию меры и интеграла и полное изложение гармонического анализа на локально компактных абелевых группах. Изложение несколько старомодное, но по охвату материала книга уникальна.*
- [NaimReps] М. А. Наймарк. Теория представлений групп. М.: Наука, 1976. *Весьма подробное введение в теорию конечномерных представлений групп.*
- [Palmer] T. W. Palmer. Banach algebras and the general theory of $*$ -algebras. Vol. I: Cambridge Univ. Press, 1994; Vol. II: Cambridge Univ. Press, 2001. *Энциклопедическая монография по банаховым алгебрам. Содержит много приложений к гармоническому анализу на группах и теории представлений. Впечатляют таблицы в конце второго тома, посвященные различным классам локально компактных групп, и список литературы из 107 страниц.*
- [Pir] А. Ю. Пирковский. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов. М.: МЦНМО, 2010. *Содержит очень краткое введение в теорию банаховых алгебр (с единицей). В остальном с курсом не пересекается, но какой лектор упустит возможность почитать собственную книжку?*
- [Robert] A. Robert. Introduction to the representation theory of compact and locally compact groups. Cambridge University Press, 1983. *Очень хорошее и (локально) компактное введение в указанную в названии область.*

- [RudinFA] У. Рудин. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975. *Помимо прочего, содержит продвинутое введение в преобразование Фурье в \mathbb{R}^n .*
- [RudinReal] W. Rudin. Real and complex analysis. McGraw-Hill, 1986. *Продвинутый учебник по анализу. Включает подробное изложение теории меры и интеграла, введение в анализ Фурье, функциональный анализ и комплексный анализ.*
- [Var] V. S. Varadarajan. An introduction to harmonic analysis on semisimple Lie groups. Cambridge Univ. Press, 1989. *Доступное введение в довольно сложную область. С курсом пересекается мало и может рассматриваться как его естественное продолжение (см. также [LangSL2]).*
- [WeilInt] А. Вейль. Интегрирование в топологических группах и его применения. М.: ИЛ, 1950. *Первая книга по гармоническому анализу на группах (французское издание — 1940 г.).*
- [ZhComp] Д. П. Желобенко. Компактные группы Ли и их представления. М.: МЦНМО, 2007. *Классический (1-е изд. — 1970 г.) учебник, построенный по принципу «от простого к сложному». Одна из самых user-friendly книг по теории представлений.*
- [ZhShtern] Д. П. Желобенко, А. И. Штерн. Представления групп Ли. М.: Наука, 1983. *Полезный справочник. Доказательств не содержит, но есть многочисленные ссылки на литературу.*