

## ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ — 2

(весенний семестр 2015–2016 уч. года)

Лектор — доц. А. Ю. Пирковский

Продолжение курса «Функциональный анализ — 1».

### Краткая программа курса

- 0. ФАКТОРПРОСТРАНСТВА НОРМИРОВАННЫХ ПРОСТРАНСТВ.** Открытые линейные операторы. Факторпространства. Теорема Банаха об открытом отображении.
- 1. ДВОЙСТВЕННОСТЬ ДЛЯ БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВ.** Сопряженное пространство и сопряженный оператор. Аннуляторы, преданнуляторы. Описание пространств, сопряженных к подпространствам и к факторпространствам. Связь свойств оператора со свойствами его сопряженного.
- 2. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ.** Спектр элемента алгебры. Банаховы алгебры. Непустота и компактность спектра. Теорема Гельфанда–Мазура. Спектральный радиус. Точечный, непрерывный и остаточный спектры линейного оператора. Спектры и двойственность. Вычисление спектров классических операторов.
- 3. ФРЕДГОЛЬМОВЫ ОПЕРАТОРЫ.** Фредгольмовы операторы, фредгольмов индекс. Теория Рисса–Шаудера. Альтернатива Фредгольма. Критерий Никольского–Аткинсона. Алгебра Калкина. Непрерывность индекса. Устойчивость индекса при компактных возмущениях. Существенный спектр. Приложения к операторам Тёплица.
- 4. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА.** Локально выпуклые пространства. Примеры. Непрерывные линейные операторы. Критерии нормируемости и метризуемости. Дуальные пары и слабые топологии. Теорема о биполяре и ее следствия. Теорема Банаха–Алаоглу. Слабые топологии и компактные операторы.
- 5. СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА.** Непрерывное и борелевское исчисления от самосопряженного оператора. Положительные операторы. Полярное разложение. Спектральные меры и представления алгебр непрерывных функций. Спектральная теорема и функциональная модель самосопряженного оператора. Теория кратности и классификация самосопряженных операторов<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Последний сюжет, возможно, будет опущен.