

Вариант I.

Задача 1. Какие неприводимые представления и с какими кратностями входят в разложение на неприводимые тензорного квадрата 3-мерного симплициального представления знакопеременной группы A_4 ?

Задача 2. Напомним, что группа диэдра D_4 (группа симметрий квадрата) изоморфна группе, заданной образующими a, b и соотношениями $a^2 = b^4 = e, ab = b^{-1}a$.

- (a) В терминах этих образующих опишите коммутант группы D_4 ;
- (b) найдите все одномерные представления;
- (c) перечислите классы сопряженности, выразив их элементы через образующие;
- (d) найдите список размерностей неприводимых представлений;
- (e) вычислите таблицу характеров;
- (f) для всех пар неприводимых представлений группы D_4 напишите разложение на неприводимые тензорного произведения этих представлений;
- (g) разложите на неприводимые квазирегулярное представление, происходящие из действия D_4 на множестве середин сторон квадрата.

Вариант II.

Задача 1. Какие неприводимые представления и с какими кратностями входят в разложение на неприводимые тензорного куба 2-мерного симплициального представления симметрической группы S_3 ?

Задача 2. Напомним, что группа Гамильтона Q_8 состоит из 8 элементов $\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$ тела кватернионов \mathbb{H} , в котором умножение задано условиями $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$.

- (a) Опишите коммутант группы Гамильтона;
- (b) найдите все одномерные представления;
- (c) перечислите классы сопряженности;
- (d) найдите размерности всех неприводимых представлений;
- (e) вычислите таблицу характеров;
- (f) для всех пар неприводимых представлений группы Гамильтона напишите разложение на неприводимые их тензорного произведения;
- (g) разложите на неприводимые квазирегулярное представление, происходящие из левого действия Q_8 на своей факторгруппе по $Z(Q_8) = \{\pm 1\}$.