

Контрольная Вариант I

Задача 1. Для каких вещественных чисел a и b отображение $f_{ab} : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$, заданное формулой $f(z) = a|z| + b$, является гомоморфизмом групп?

Задача 2. Пусть G — группа симметрий прямоугольной призмы с основанием в виде правильного шестиугольника.

- (a) Найдите количество элементов в G .
- (b) Задайте G с помощью образующих и соотношений.
- (c) Опишите орбиты и найдите порядки стабилизаторов для действия G на множестве ребер призмы.

Задача 3.

(a) Найдите разложение на простые множители элемента $f(x) = x^4 + 2x^2 + x + 2$ евклидова кольца $\mathbb{F}_3[x]$.

(b) Сколько обратимых элементов в факторкольце $\mathbb{F}_3[x]/(f(x))$?

Задача 4. Опишите все неизоморфные абелевы группы G , в которых существует такая подгруппа $H \subset G$, что $H \cong \mathbb{Z}/(4\mathbb{Z})$ и $G/H \cong \mathbb{Z}/(2\mathbb{Z}) \oplus \mathbb{Z}/(3\mathbb{Z})$.

Контрольная Вариант II

Задача 1. Для каких вещественных чисел a и b отображение $f_{ab} : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$, заданное формулой $f(z) = a/|z|^b$, является гомоморфизмом групп?

Задача 2. Пусть G — группа симметрий прямоугольной призмы с основанием в виде правильного пятиугольника.

- (a) Найдите количество элементов в G .
- (b) Задайте G с помощью образующих и соотношений.
- (c) Опишите орбиты и найдите порядки стабилизаторов для действия G на множестве граней призмы.

Задача 3.

(a) Найдите разложение на простые множители элемента $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ евклидова кольца $\mathbb{F}_3[x]$.

(b) Сколько обратимых элементов в факторкольце $\mathbb{F}_3[x]/(f(x))$?

Задача 4. Опишите все неизоморфные абелевы группы G , в которых существует такая подгруппа $H \subset G$, что $H \cong \mathbb{Z}/(4\mathbb{Z}) \oplus \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ и $G/H \cong \mathbb{Z}/(2\mathbb{Z})$.