

Контрольная 1. 29 сентября.

Вариант I.

Задача 1. Известно, что набор чисел (x_1, x_2, x_3) удовлетворяют системе линейных уравнений
$$\begin{cases} (-2)x_1 + 5x_2 + 6x_3 = b_1, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = b_2, \\ 2x_1 - 6x_2 - 7x_3 = b_3 \end{cases}$$
 для некоторого фиксированного набора чисел (b_1, b_2, b_3) и

набор (y_1, y_2, y_3) удовлетворяет другой системе линейных уравнений
$$\begin{cases} 5y_1 - 4y_2 + y_3 = b_1, \\ 2y_1 + 3y_2 - y_3 = b_2, \\ 3y_1 + 2y_2 + 2y_3 = b_3 \end{cases}$$
 с

тем же самым набором (b_1, b_2, b_3) . Выразите (x_1, x_2, x_3) через (y_1, y_2, y_3) , если это возможно. Запишите ответ в матричной форме.

Задача 2. Вычислите A^{-1} и A^5 для 3×3 -матрицы $A := \begin{pmatrix} \lambda^2 & 2\lambda & 1 \\ 0 & \lambda^2 & 2\lambda \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{pmatrix}$, где $\lambda \neq 0$.

Задача 3. Докажите, что множество многочленов с рациональными коэффициентами степени не выше 5, удовлетворяющих паре условий $f''(x)|_{x=1} = f''(x)|_{x=2}$, $f'''(x)|_{x=3} = 0$ является векторным пространством над \mathbb{Q} . Вычислите его размерность и предъявите в нем какой-нибудь базис.

Контрольная 1. 29 сентября.

Вариант II.

Задача 1. Известно, что набор чисел (x_1, x_2, x_3) удовлетворяют системе линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = b_1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = b_2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = b_3 \end{cases}$$
 для некоторого фиксированного набора чисел (b_1, b_2, b_3) и набор

(y_1, y_2, y_3) удовлетворяет другой системе линейных уравнений
$$\begin{cases} 3y_1 - 4y_2 + 5y_3 = b_1, \\ 2y_1 - 3y_2 - y_3 = b_2, \\ 3y_1 + 2y_2 - 2y_3 = b_3 \end{cases}$$
 с тем же

самым набором (b_1, b_2, b_3) . Выразите (x_1, x_2, x_3) через (y_1, y_2, y_3) , если это возможно. Запишите ответ в матричной форме.

Задача 2. Вычислите A^{-1} и A^5 для 3×3 -матрицы $A := \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ \lambda & \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \mu \end{pmatrix}$, где $\mu \neq 0$.

Задача 3. Докажите, что множество многочленов с рациональными коэффициентами степени не выше 5, удовлетворяющих паре условий $f'''(x)|_{x=1} = f'''(x)|_{x=2}$, $f''(x)|_{x=-1} = 0$ является векторным пространством над \mathbb{Q} . Вычислите его размерность и предъявите в нем какой-нибудь базис.