

**Всего понемножку**  
Семинар 17

**Задача 1.** (a) Найдите НОД гауссовых целых чисел  $11 + 7i$  и  $18 - i$ .

(b) Решите в  $\mathbb{Z}[i]$  уравнение  $(11 + 7i)x + (18 - i)y = 2 + i$ .

**Задача 2.** Сколько существует неизоморфных абелевых групп порядка 108?

**Задача 3.** Какое минимальное  $r$  надо взять, чтобы получить группу  $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_{12} \oplus \mathbb{Z}_{85} \oplus \mathbb{Z}^6$  как факторгруппу решетки  $\mathbb{Z}^r$  по некоторой подрешетке?

**Задача 4.** Найдите количество элементов в группе обратимых элементов колец:

(a)  $\mathbb{F}_2[x]/(x^3 + x^2 + 1)$ ; (b)  $\mathbb{F}_2[x]/(x^2)$ ; (c)  $\mathbb{F}_2[x]/(x^3 - x)$ .

**Задача 5.** Решите уравнение  $6x^3 + 27x^2 + 17x + 20 = 0$  в кольце  $\mathbb{Z}_{30}$ .