Контрольная 7. 1 июня 2015.

Вариант I.

Задача 1. Пусть A – линейный оператор с жордановой нормальной формой $\left(\begin{smallmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 5 \end{smallmatrix}\right)$, соответственно жорданова нормальная форма оператора B имеет вид $\left(\begin{smallmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$, Найдите жорданову нормальную форму операторов

(a) $A \otimes B$; **(b)** $S^2 A$; **(c)** $\Lambda^2 B$.

Задача 2. Введите на $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) \otimes_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{5})$ естественную структуру векторного пространства над $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$. Какова его размерность (как векторного пространства над $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$)?

Задача 3. Пусть $\dim_{\mathbb{Q}} V = n$.

(a) Найдите размерность пространства таких 3-линейных форм $\varphi : V \times V \times V \to \mathbb{Q}$, что $\varphi(u, v, w) = \varphi(w, v, u) = \varphi(u, w, v)$ для любых $u, v, w \in V$.

(b) Найдите размерность пространства таких 4-линейных форм $\varphi : V \times V \times V \times V \to \mathbb{Q}$, что $\varphi(u, v, u, w) = \varphi(u, v, w, v) = 0$ для любых $u, v, w \in V$.

Задача 4. Пусть $\dim V = 5$ и поливектор $\alpha \in \Lambda^4 V$ представляется в виде суммы двух разложимых поливекторов $\alpha = v_1 \wedge \ldots \wedge v_4 + w_1 \wedge \ldots \wedge w_4$. Какими могут быть размерности подпространств

(a) $W \subset V$, состоящего из таких векторов v, что $v \wedge \alpha = 0$;

(b) $\Omega \subset V^*$, состоящего из таких ковекторов ξ, что $i_\xi(\alpha) = 0$?

Контрольная 7. 1 июня 2015.

Вариант II.

Задача 1. Пусть A – линейный оператор с жордановой нормальной формой $\left(\begin{smallmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{smallmatrix}\right)$, соответственно жорданова нормальная форма оператора B имеет вид $\left(\begin{smallmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{smallmatrix}\right)$, Найдите жорданову нормальную форму операторов

(a) $A \otimes B$; **(b)** $S^2 A$; **(c)** $\Lambda^2 B$.

Задача 2. Введите на $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) \otimes_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{2})$ естественную структуру векторного пространства над $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$. Какова его размерность (как векторного пространства над $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$)?

Задача 3. Пусть $\dim_{\mathbb{Q}} V = n$.

(a) Найдите размерность пространства таких 3-линейных форм $\varphi : V \times V \times V \to \mathbb{Q}$, что $\varphi(u, v, u) = \varphi(u, v, v) = 0$ для любых $u, v \in V$.

(b) Найдите размерность пространства таких 4-линейных форм $\varphi : V \times V \times V \times V \to \mathbb{Q}$, что $\varphi(u, v, w, p) = \varphi(w, v, u, p) = \varphi(u, p, w, v)$ для любых $u, v, w, p \in V$.

Задача 4. Пусть $\dim V = 6$ и поливектор $\alpha \in \Lambda^5 V$ представляется в виде суммы двух разложимых поливекторов $\alpha = v_1 \wedge \ldots \wedge v_5 + w_1 \wedge \ldots \wedge w_5$. Какими могут быть размерности подпространств

(a) $W \subset V$, состоящего из таких векторов v, что $v \wedge \alpha = 0$;

(b) $\Omega \subset V^*$, состоящего из таких ковекторов ξ, что $i_\xi(\alpha) = 0$?