

Контрольная Вариант I

Задача 1. Найдите все возможные решения системы из 3-х уравнений на 3 неизвестных

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6, \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8. \end{cases}$$

Задача 2. Пусть $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ и $\{\beta_1, \dots, \beta_m\}$ корни многочленов

$$\begin{aligned} f(x) &= x^n + 3x^{n-1} + 5x^{n-2} + \dots + (2n + 1) \\ g(x) &= x^m + 2x^{m-1} + 5x^{m-2} + \dots + (3m - 1). \end{aligned}$$

Найдите сумму $\sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq m}} ((\alpha_i + \beta_j)^3 - \alpha_i^3)$.

Задача 3. Вычислите результат многочленов $(x - a)(x^n - b)$ и $x^n - cx - b$.

Задача 4. Пусть A — 4×4 матрица, такая что $\text{tr}(A) = \text{tr}(A^2) = 0$ и $\text{tr}(A^3) = 9$, $\text{tr}(A^4) = 12$.

- (a) Вычислите характеристический многочлен матрицы A ;
- (b) Верно ли, что матрица A — диагонализуема над \mathbb{C} ?

Задача 5. Оцените сверху степень многочлена $P(x, y)$ описывающего плоскую кривую, которая может быть задана параметрически

$$(x(t), y(t)) = \left(\frac{t^{23} + t^{22} - 5t^{11} + t^7 - 3}{t^{20} + 5t^{19} + 10t^9 + 5t + 5}, \frac{t^{11} + 3t^{10} + 6t^3 + 3}{t^{13} + 2t^7 + 4t^3 + 2t + 2} \right).$$

Контрольная Вариант II

Задача 1. Найдите все возможные решения системы из 3-х уравнений на 3 неизвестных

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6, \\ x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2 = -14 \end{cases}$$

Задача 2. Пусть $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ и $\{\beta_1, \dots, \beta_m\}$ корни многочленов

$$\begin{aligned} f(x) &= x^n + 3x^{n-1} + 5x^{n-2} + \dots + (2n + 1) \\ g(x) &= x^m + 2x^{m-1} + 6x^{m-2} + \dots + (4m - 2). \end{aligned}$$

Найдите сумму $\sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq m}} (\alpha_i^2 + \beta_j)\beta_j^2$.

Задача 3. Вычислите результат многочленов $x^n - ax$ и $(x - b)(x^n - c)$.

Задача 4. Пусть A — 4×4 матрица, такая что $\text{tr}(A) = \text{tr}(A^2) = 0$ и $\text{tr}(A^3) = \text{tr}(A^4) = 24$.

- (a) Вычислите характеристический многочлен матрицы A ;
- (b) Верно ли, что матрица A — диагонализуема над \mathbb{C} ?

Задача 5. Оцените сверху степень многочлена $P(x, y)$ описывающего плоскую кривую, которая может быть задана параметрически

$$(x(t), y(t)) = \left(\frac{t^{13} + 2t^{12} - 10t^{11} + 2t^7 - 2}{t^{15} + 5t^{13} + 10t^9 + 5t + 5}, \frac{t^{14} + 4t^8 + 6t^5 + 2}{t^{13} + 3t^{10} + 6t^7 + 3t^2 + 3} \right).$$