

Контрольная Вариант I

Задача 1. Вычислите ранг полуторалинейной формы $g(A, B) = \text{tr}(A\bar{B})$ на пространстве матриц $M_3(\mathbb{C})$.

Задача 2. Найдите канонический вид, к которому посредством ортогонального преобразования приводится квадратичная форма

$$q(x) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Само ортогональное преобразование находить не обязательно.

Задача 3. Какова может быть размерность подпространства W в трехмерном вещественном пространстве V , если известно, что для билинейной формы

$$b(x, y) = x_2y_2 + x_3y_3 + 2x_1y_2 + 5x_1y_3 + 2x_2y_1 + 5x_3y_1$$

на V ортогональное дополнение к W имеет ненулевое пересечение с W ?

Задача 4. Пусть f_{ij} – коэффициенты матрицы билинейной функции $f : V \times W \rightarrow \mathbb{R}$ в базисах (v_1, v_2, v_3) и (w_1, w_2, w_3, w_4) пространств V и W , соответственно. Найдите матрицу той же билинейной функции в базисах $(v_3, v_2, v_1 + \alpha v_3)$ и $(\beta w_2, w_1, w_3, \gamma w_4)$.

Задача 5. Найдите такие 2×2 -матрицы S (симметричную положительно определенную) и U (ортогональную), что их произведение SU равно $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}$.

Контрольная Вариант II

Задача 1. Вычислите ранг полуторалинейной формы $(A, B) = \text{tr}(A^t\bar{B})$ на пространстве матриц $M_3(\mathbb{C})$.

Задача 2. Найдите канонический вид, к которому посредством ортогонального преобразования приводится квадратичная форма

$$q(x) = x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3 - 2x_1x_3.$$

Само ортогональное преобразование находить не обязательно.

Задача 3. Какова может быть размерность подпространства W в трехмерном вещественном пространстве V , если известно, что для билинейной формы

$$b(x, y) = 3x_2y_2 + x_3y_3 + 2x_1y_2 + 2x_2y_3 + 2x_2y_1 + 2x_3y_2$$

на V ортогональное дополнение к W имеет ненулевое пересечение с W ?

Задача 4. Пусть f_{ij} – коэффициенты матрицы билинейной функции $f : V \times W \rightarrow \mathbb{R}$ в базисах (v_1, v_2, v_3) и (w_1, w_2, w_3, w_4) пространств V и W , соответственно. Найдите матрицу той же билинейной функции в базисах $(\alpha v_2, \beta v_1, v_3)$ и $(w_2, w_1, w_3 + \gamma w_4, w_4)$.

Задача 5. Найдите такие 2×2 -матрицы S (симметричную положительно определенную) и U (ортогональную), что их произведение SU равно $\begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$.