Контрольная по алгебре. 09.02.15.
Вариант I

Задача 1. Верно ли, что если некоторая степень A^n невырожденного комплексного оператора A в конечномерном пространстве диагонализуема, то и сам оператор A диагонализуем?

Задача 2. Диагонализуема ли матрица $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ над полем $\mathbb{F}$, если
(a) $\mathbb{F} = \mathbb{Q}$? **(b)** $\mathbb{F} = \mathbb{R}$? **(c)** $\mathbb{F} = \mathbb{C}$?

Задача 3. Вычислите $\begin{pmatrix} 1 & -13 & 8 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix}^{10}$.

Задача 4. Пусть A – вещественная матрица с минимальным многочленом $(x-1)(x-2)^2(x^2+2x+2)$ и характеристическим многочленом $(x-1)^2(x-2)^2(x^2+2x+2)$. Сколько различных инвариантных вещественных подпространств размерности 3 может иметь данная матрица?

Контрольная по алгебре. 09.02.15.
Вариант II

Задача 1. Верно ли, что если жорданова нормальная форма $f(A)$ многочлена $f(x)$ от комплексного конечномерного оператора A имеет жорданов блок размера $\geqslant 2$, то и жорданова нормальная форма самого оператора A содержит жорданов блок размера $\geqslant 2$?

Задача 2. Диагонализуема ли матрица $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ над полем $\mathbb{F}$, если
(a) $\mathbb{F} = \mathbb{Q}$? **(b)** $\mathbb{F} = \mathbb{R}$? **(c)** $\mathbb{F} = \mathbb{C}$?

Задача 3. Вычислите $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}^{9}$.

Задача 4. Пусть A – вещественная матрица, минимальный многочлен которой равен $(x-1)^2(x^2+x+1)$, а характеристический многочлен равен $(x-1)^2(x^2+x+1)^2$. Сколько различных инвариантных вещественных подпространств размерности 3 может иметь данная матрица?