

Динамические системы — II

Программа коллоквиума

1. Кривизна плоской кривой, радиус кривизны, порядок касания кривой и окружности с центром в центре кривизны и с радиусом, равным радиусу кривизны. Докажите, что кривизна плоской кривой составляет полную систему инвариантов кривой относительно группы движений плоскости.
2. Пространственные кривые, кривизна и кручение, формулы Френе, соприкасающаяся плоскость. Докажите, что кривизна и кручение кривой составляют полную систему инвариантов кривой относительно группы движений пространства.
3. Понятие риманова многообразия. Докажите, что на любом многообразии существует риманова метрика.
4. Геодезические на римановом многообразии. Выведите уравнения геодезических в терминах символов Кристоффеля, выраженных через метрику.
5. Аффинная связность на касательном расслоении как оператор ковариантного дифференцирования. Ковариантное дифференцирование векторных полей на поверхности в евклидовом пространстве. Деривационная лемма.
6. Условие согласованности связности с метрикой. Докажите, что ковариантное дифференцирование векторных полей на поверхности в евклидовом пространстве выражается через риманову метрику (первую квадратичную форму).
7. Форма связности и ее преобразование при замене координат. Форма кривизны римановой связности на поверхности, ее инвариантность. Вычисление формы кривизны через метрический тензор.
8. Вторая квадратичная форма поверхности в евклидовом пространстве. Главные кривизны и гауссова кривизна. Докажите, что гауссова кривизна выражается через риманову метрику.