

## Занятие и задание 6

**Задача 1.** Пусть  $A$  — матрица  $n \times n$ . Напомним, что  $\wedge^k A$  — матрица соответствующего оператора на  $k$ -той внешней степени  $n$ -мерного пространства.

- а) Выразите след матрицы  $\wedge^k A$  через коэффициенты характеристического многочлена.  
 б) Запишите матрицу  $\wedge^{n-1} A$  в естественном базисе. Интерпретируйте в её терминах формулу для обратной матрицы.

**Задача 2.** а) Запишите 2-форму  $dx \wedge dy$  в полярных координатах.

б) Запишите 2-форму  $dr \wedge d\phi$  в декартовых координатах.

**Задача 3.** Запишите в координатах  $\phi$  и  $\theta$  ограничение на сферу формы

а)  $dx \wedge dy$ ;

б)  $dx \wedge dz$ .

**Задача 4.** Как преобразуется форма  $dx \wedge dy + dx \wedge dz + dy \wedge dz$  при инверсии относительно сферы с центром в начале координат?

**Задача 5.** Докажите, что ориентированная площадь  $\omega(\xi_1, \xi_2)$  ортогональной проекции параллелограмма на заданную плоскость является 2-формой (элементом  $\wedge^2(\mathbb{R}^n)$ ) от образующих параллелограмм векторов  $\xi_1, \xi_2$ .

**Задача 6.** Запишите 2-форму  $\omega$  из предыдущей задачи в координатах,

а) если плоскость натянута на координатные векторы  $e_i, e_j$ ,

б) если плоскость натянута на произвольные векторы  $\eta_1, \eta_2$ .