

Занятие и задание 12

Задача 1. Вычислите преобразование Фурье \tilde{f} для

a) $f = \chi_{[-a,a]}$,

b) $f = \chi_{[0,2a]}$,

c) $f = x \cdot \chi_{[-1,1]}$,

d) $f = \sin(x) \cdot \chi_{[0,\pi]}$,

e) $f = e^{-ax} \cdot \chi_{\mathbb{R}^+}$, $a > 0$,

f) $f = e^{-a|x|}$,

g*) $f = \frac{\sin at}{t}$.

Задача 2. Пусть Δ_n — δ -образная последовательность.

a) Найдите предел $\widetilde{\Delta}_n$ при $n \rightarrow \infty$.b) Будет ли последовательность $\widetilde{\Delta}_n$ сходиться равномерно на всём \mathbb{R} ?

Задача 3. Что можно сказать о \tilde{f} , если функция f вещественна и

a) чётна,

b) нечётна.

Задача 4. Найдите с помощью вычетов преобразование Фурье функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

Задача 5. Пусть P — многочлен без вещественных корней.

a) Докажите, что преобразование Фурье функции $1/P$ дифференцируемо везде кроме, возможно, начала координат.

b*) Докажите, что оно дифференцируемо бесконечное число раз везде кроме, возможно, начала координат.

c**) Что можно сказать о производных этой функции в начале координат?