

## Занятие и задание 13

- Задача 1.** Разложите в ряд Фурье функцию  $\text{sign}(x)$ , продолженную до периодической с отрезка  $[-\pi, \pi]$ .
- Задача 2.** а) Разложите в ряд Фурье функцию  $\pi/2 - |x|$ , продолженную до периодической с отрезка  $[-\pi, \pi]$ .
- б) Докажите, что полученный ряд равномерно сходится, и, в частности, сходится к  $\pi/2$  в точке  $x = 0$ . Сумма какого ряда была в результате посчитана?
- Задача 3.** Найдите преобразование Фурье функций
- а)  $e^{-ax^2}$ ,  $a > 0$ .
- б)  $e^{-ax^2+bx+c}$ ,  $a > 0$ ,  $b, c \in \mathbb{R}$ .
- Задача 4.** Используя интегралы в комплексной области и вычеты, найдите преобразование Фурье функций
- а)  $\frac{1}{1+x^2}$ ,
- б)  $\frac{1}{1+x^4}$ ,
- в\*)  $\frac{1}{(1+x^2)^2}$ .
- Задача 5.** Для  $f \in L_2(\mathbb{R})$  найдите  $\tilde{\tilde{f}}$ .
- Задача 6.** Что можно сказать о  $\tilde{f}$  если  $f$
- а) чётна;
- б) нечётна?
- Задача 7.** С какой скоростью убывают коэффициенты Фурье функций
- а)  $f(x) = \frac{1}{2-\sin x}$ ,
- б)  $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{2}+e^{ix}}$ ?
- Точнее, для каких  $\lambda > 0$  существует  $C$  такое, что  $|f_k| < Ce^{-\lambda|k|}$ ?