

**Теоретическая контрольная 4. 3 июня 2014, 10:30 – 10:45**

1. Принцип непрерывности для меры Лебега.
2. Пример неизмеримого множества.
3. Функция Кантора, ее продолжение на  $\mathbb{R}^+$  и функциональное уравнение  $f(3x) = 2f(x)$ .
- \*4. Условие Гёльдера для функции Кантора.
5. Алгебра измеримых функций.
6. Сходимость поточечная и почти всюду. Последовательность “средний двоичный знак”. Измеримость предельной функции.
7. Теорема Егорова.
8. Алгебра ограниченных простых функций. Определение интеграла Лебега.
9. Интегрируемость по Лебегу ограниченных измеримых функций.
10. Элементарные свойства интеграла Лебега: линейность и аддитивность. Неравенство Чебышева.
11. Теорема Лебега об ограниченной сходимости. Суммируемые функции.
12. Абсолютная непрерывность интеграла.
13. Пространство  $L_1$  и его полнота: сходимость функциональной последовательности почти всюду или леммы о сходимости монотонной последовательности функций.
14. Полнота  $L_1$ . План первого доказательства (без доказательства лемм) или сходимость функциональной последовательности в  $L_1$  (без доказательства сходимости почти всюду).
15. Общая теорема о продолжении меры.
16. Прямое произведение мер: полуаддитивность меры элементарных множеств.
17. Теорема Фубини для множеств
18. Теорема Фубини для интеграла