

ЛИСТОК 8. МЕРА НА ПРЯМОЙ
Анализ 3 модуль 2014, срок сдачи **29.04**

Часть 1. Свертка. Уравнение теплопроводности

- 8◊1 Докажите ассоциативность свертки.
- 8◊2 Нарисуйте график свертки характеристических функций отрезков $[0, 1]$ и $[a, b]$.
- 8◊3* Найдите площадь сечения единичного куба $[0, 1]^3$ плоскостью $x+y+z = u$ как функцию от u .
- 8◊4* Докажите, что решение задачи Коши для уравнения теплопроводности при стремлении t к нулю сходится к начальному условию, если оно достаточно быстро убывает на бесконечности.

Часть 2. Мера Лебега

- 8◊5 Постройте нигде не плотное замкнутое подмножество отрезка положительной меры.
- 8◊6 Для данного $\varepsilon > 0$ постройте нигде не плотное замкнутое подмножество отрезка $[0, 1]$, мера которого превосходит $1 - \varepsilon$.
- 8◊7 Постройте пример неизмеримого множества, плотного на вещественной прямой.

Часть 3. Размерность Хаусдорфа и условие Гельдера

- 8◊8 Найдите размерность Хаусдорфа множества положительной меры на отрезке $[0, 1]$.
- 8◊9* Докажите, что функция Кантора (Канторова лестница) на отрезке $[0, 1]$ удовлетворяет условию Гельдера и найти ее показатель Гельдера.
- 8◊10* Пусть f - вещественная Гельдерова функция на отрезке $[0, 1]$ с показателем α . Докажите, что для любого множества $X \subset [0, 1]$ выполняется $\dim_H f(X) \leq \frac{\dim_H X}{\alpha}$.
- 8◊11* Пользуясь задачами 9 и 10, найдите хаусдорфову размерность канторова совершенного множества