Лекция 7. Преобразования Фурье
для функций многих переменных. (конспект)

1. Интегральная теорема Коши как следствие уравнений Коши-Римана и формулы Стокса.

Теорема 1 (Интегральная теорема Коши) *: пусть функция f голоморфна в односвязной области, и ее производная непрерывна. Тогда $\oint f dz = 0$; интеграл берется по замкнутому контуру.*

Доказательство Достаточно рассмотреть простой замкнутый контур. Рассмотрим форму $\omega = f dz$. Поскольку $f \in C^1$, можно применить формулу Стокса:

$$\int_{\partial \omega} \omega = \int_{\Omega} d\omega,$$

где Ω – область, ограниченная контуром интегрирования.

В силу уравнений Коши-Римана

$$d\omega = 0.$$

(это равенство было проверено двумя способами). □

2. Голоморфность собственного интеграла, зависящего от параметра.
Следствие. Преобразование Фурье.

3. Голоморфность несобственного интеграла, зависящего от параметра.

4. Пространство $L_2(\mathbb{R}^n)$.
Определение и примеры.

5. Мультииндексные обозначения

6. Ряды Фурье для стандартного тора