

Лекция 14. Сходимость измеримых функций. Интеграл Лебега

1. Теорема Егорова.

Теорема 1 Пусть последовательность функций $f_n : E \rightarrow \mathbb{R}$ сходится почти всюду. Тогда для любого ε существует множество меры больше $1 - \varepsilon$, на котором (f_n) сходится равномерно.

2. Теорема Лузина (С-свойство – войдет в листок).

Теорема 2 Для каждой измеримой функции $f : E \rightarrow \mathbb{R} \forall \varepsilon > 0 \exists g \in C(E) : \mu\{f \neq g\} < \varepsilon$.

3. Интеграл Лебега. Случай ограниченной функции.

1. Простые функции и интегралы от них.
2. Приближение измеримых функций простыми.
3. Определение интеграла Лебега.
4. Интегрируемость.

Теорема 3 Всякая ограниченная измеримая функция интегрируема.