

Экзамен по Анализу 2, 25 марта 2014, вариант 2, часть 1

Все ответы должны быть обоснованы. Работа должна быть выполнена абсолютно самостоятельно, не прибегая к печатным, рукописным или электронным источникам. 1 балл = 5 очков. Очки, набранные свыше 50, компенсируют недобор за работу в течение семестра.

1 (10). Рассмотрим множество непрерывных функций на отрезке $[0, 1]$, обращающихся в нуль в концах отрезка. Доказать, что оно плотно в $L_2(\mathbb{R})$.

2 (2 + 8). Пусть L_2^{even} – замыкание множества четных непрерывных функций в $L_2[-\pi, \pi]$.

а) Является ли это пространство гильбертовым?

б) Образуют ли функции $\{\cos nx | n \in \mathbb{N}\}$ базис Рисса в этом пространстве?

3 (10). Постройте явно последовательность многочленов, равномерно сходящуюся к функции $e^{1-\cos x}$ на отрезке $[0, 2014]$.

Указание. Многочлен не обязательно строить в виде $\sum_0^N a_k x^k$.

4 (12). Существует ли C , при котором функции $\frac{Cn}{(n|x|+1)^2}$ образуют δ -образную последовательность? Если да – найдите такое C .

5 (8). Найти интеграл от преобразования Фурье функции $f(x) = \frac{1}{x^8+256}$.