

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

9 декабря 2013 г., листок 11

Контрольная работа

Задана метрика $(a + x^2 + y^2)(dx^2 + dy^2)$ в дополнении к началу координат на плоскости (a — вещественный параметр). Действуя в базисе координатных касательных векторов $\frac{\partial}{\partial x}$ и $\frac{\partial}{\partial y}$, определите:

0. Матрицу метрики и ей обратную.
1. Матрицу A связности Леви-Чевиты в касательном расслоении к поверхности и символы Кристоффеля.
2. Матрицу кривизны $R = dA + A \wedge A$.
3. Матрицу 2-форм gR и убедитесь, что она кососимметрична. Вычислите гауссову кривизну $K = \frac{R_{1212}}{\det g}$.

В дальнейших задачах полагается $a = 0$.

4. Является ли вычисленная выше связность плоской при $a = 0$?
5. Выпишите матрицу сопряженной связности в кокасательном расслоении и напишите уравнения ковариантной постоянности для 1-формы $u dx + v dy$.
6. Предъявите базис в пространстве ковариантно постоянных 1-форм. Замкнуты ли найденные 1-формы?
7. Найдите евклидовы координаты для метрики $(x^2 + y^2)(dx^2 + dy^2)$.