Динамические системы — II

Листок 3

Последний срок сдачи:
13 февраля 2012 года для задач 1–6.
В скобках указано число баллов за задачу.

1) (1) Зная ускорение силы тяжести на поверхности Земли ($g = 9.8$м/сек^2), найдите вторую космическую скорость, то есть минимальную скорость, которую надо придать телу на поверхности Земли, чтобы его траектория была неограничена (сопротивлением воздуха и влиянием других космических тел мы пренебрегаем).

2) (2) Зная ускорение силы тяжести на поверхности Земли, найдите первую космическую скорость, то есть скорость кругового движения в поле земного тяготения на уровне поверхности Земли (сопротивлением воздуха и наличием неровностей земной поверхности мы пренебрегаем). Чему равно отношение первой и второй космической скорости?

3) (2) Пусть спутник массы m движется в поле тяжести Земли по эллиптической орбите, причем разница L максимальной высоты спутника над Землей (в апогее) и минимальной (в перигее) мала по сравнению с расстоянием R до центра Земли в апогее (то есть $\frac{L}{R} = \varepsilon \ll 1$). Докажите, что форма орбиты с точностью до величины порядка $R\varepsilon^2$ приближается окружностью, радиус которой зависит только от полной энергии спутника.

4) (3) При выведении на круговую орбиту на высоте 300 километров над поверхностью Земли спутнику была придана расчетная скорость, но в направлении была сделана ошибка в 0.1° в сторону Земли. Оцените, как изменится высота перигея? (Радиус Земли равен примерно 6400 километров.)

5) (2) Определите время падения частицы с радиуса R в центр поля с потенциалом $U(r) = -k/r$ (начальная скорость равна 0). Как это время соотносится со временем движения по круговой орбите радиуса R?

6) (2) Частица падает в центр поля $U(r) = -\frac{k}{r^n}$ с конечного расстояния. При каких n число оборотов вокруг центра будет конечным? При каких n время падения будет конечным?

7) (6) Найдите область, недостижимую для пучка частиц, летящих из бесконечности вдоль оси z со скоростью v (при $z \to -\infty$) в поле $U(r) = \frac{k}{r}$.