

Вариант 2

Задача 1. Определим расстояние между отрезками прямой по правилу

$$d([a, b], [c, d]) = |\operatorname{arctg}(a) - \operatorname{arctg}(c)| + |e^b - e^d|.$$

- a) Докажите, что d — метрика. b) Постройте пополнение этого пространства.

Задача 2. Для каких точек плоскости существует открытая окрестность, в которой последовательность $f_n = \frac{y^n}{3+x^n-y^n}$ сходится равномерно (на неопределенность отдельных членов последовательности можно не обращать внимание)?

Задача 3. Пусть $C((a, b))$ — пространство непрерывных ограниченных функций на интервале с равномерной метрикой $d(f, g) = \sup |f(x) - g(x)|$. Всякое ли множество, состоящее из равностепенно непрерывных и ограниченных в совокупности функций, вполне ограничено в $C((a, b))$?

Задача 4. Может ли ряд Фурье непрерывной функции сойтись к значению, отличному от значения функции?

Задача 5. Вычислите сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$.

Задача 6. Является ли подпространство L_2 замкнутым подмножеством L_1 ?