

Вариант 1

Задача 1. Определим расстояние между отрезками прямой по правилу

$$d([a, b], [c, d]) = |e^a - e^c| + |\operatorname{arctg}(b) - \operatorname{arctg}(d)|.$$

- a) Докажите, что d — метрика. b) Постройте пополнение этого пространства.

Задача 2. Для каких точек плоскости существует открытая окрестность, в которой последовательность $f_n = \frac{x^n}{3+x^n+y^n}$ сходится равномерно (на неопределенность отдельных членов последовательности можно не обращать внимание)?

Задача 3. Пусть $C([a, \infty))$ — пространство непрерывных ограниченных функций на луче с равномерной метрикой $d(f, g) = \sup |f(x) - g(x)|$. Всякое ли множество, состоящее из равностепенно непрерывных и ограниченных в совокупности функций, вполне ограничено в $C([a, \infty))$?

Задача 4. Может ли ряд Фурье непрерывной функции сойтись к значению, отличному от значения функции?

Задача 5. Вычислите сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^3}$.

Задача 6. Является ли вложение L_2 в L_1 непрерывным отображением?