

79◊1. Найдите сумму четвёртых степеней комплексных корней многочлена

$$x^{2010} - 2x^{2008} + 3x^{2006} - \dots + 1006.$$

79◊2. Выясните, разложима ли грассманова кубическая форма от четырёх переменных

$$-\xi_1 \wedge \xi_2 \wedge \xi_3 + \xi_1 \wedge \xi_2 \wedge \xi_4 + \xi_1 \wedge \xi_3 \wedge \xi_4 + 2\xi_2 \wedge \xi_3 \wedge \xi_4,$$

и если разложима, то напишите какое-нибудь из разложений явно, а если нет, объясните, почему.

79◊3. Для конечномерных ненулевых векторных пространств U, W над произвольным полем \mathbb{k}

а) Покажите, что следующие три пространства канонически изоморфны друг другу:

$$\text{Hom}(U \otimes \text{Hom}(U, W), W), \quad \text{End}(\text{Hom}(U, W)), \quad \text{Hom}(U, W \otimes \text{Hom}(U, W)^*).$$

б) Какому эндоморфизму пространства $\text{Hom}(U, W)$ отвечает при этом изоморфизме отображение $U \otimes \text{Hom}(U, W) \xrightarrow{c} W$, действующее на разложимые тензоры по правилу $c(u \otimes \varphi) = \varphi(u)$?

в) Обязательно ли инъективен оператор $U \xrightarrow{\tilde{c}} \text{Hom}(U, W)^* \otimes W$, который соответствует оператору c из п. б) при изоморфизме из п. а)?

79◊4. Жорданов базис оператора $f : U \longrightarrow U$ состоит из двух жордановых цепочек длины 3 с собственным значением 1 и трёх цепочек длины 2 с собственным значением -1 , а жорданов базис оператора $g : W \longrightarrow W$ состоит из двух цепочек длины 4 с собственными значениями 1 и 2. Найдите размерность пространства линейных операторов $h : U \longrightarrow W$, таких что $hf = gh$.