

Листок 3. Принцип Даламбера, законы сохранения.

1. Невесомый жесткий стержень с двумя точечными массами на концах движется в плоскости под действием внешних сил (неважно каких). Докажите, что суммарная работа сил натяжения стержня, при любом его перемещении равна нулю.
2. Невесомый жесткий стержень длины l , на концах которого закреплены грузы массы m , а посередине — груз массы M , опускается под действием силы тяжести из вертикального положения в горизонтальное. При этом один его конец перемещается вдоль гладкой вертикальной стены вниз, а другой — скользит по горизонтальной поверхности вправо (см. рисунок).
 - 1) Определите конфигурационное пространство модели, все активные и реактивные силы, действующие на грузы.
 - 2) Составьте уравнение(я) движения системы,
 - а) пользуясь принципом Даламбера;
 - б) пользуясь законами сохранения.
 - 3) Определите зависимость угловой скорости падения стержня $\frac{d}{dt}\phi$ от угла ϕ (см. рис.).
3. Два груза массы m_1 и m_2 закреплены на концах невесомого нерастяжимого стержня длины l . Груз m_1 скользит без трения вдоль горизонтальной прямой. Груз m_2 свободно вращается в вертикальной плоскости вокруг груза m_1 (см. рисунок).
 - 1) Определите конфигурационное пространство модели.
 - 2) Составьте уравнение(я) движения системы,
 - а) пользуясь принципом Даламбера;
 - б) пользуясь законами сохранения.
 - 3*) В начальный момент времени груз m_1 покоится, стержень наклонен под углом ϕ к горизонтальной оси и имеет угловую скорость $\frac{d}{dt}\phi = \omega$. По какой траектории будет двигаться груз m_2 ? При каких значениях начальных данных стержень будет совершать полные обороты вокруг груза m_1 ?
4. Изменим условия задачи 2: пусть $M = 0$, а верхний конец стержня не закреплен на вертикальной стене, а лишь опирается на нее (неудерживающая связь).
 - 1) Определите конфигурационное пространство модели.
 - 2) Уточните, при каких обстоятельствах происходит отделение верхнего конца стержня от стены.
 - 3*) На какой высоте произойдет отделение верхнего конца стержня от стены?
5. Рассмотрите задачу 3* из первого листка, используя закон сохранения энергии. Какова будет скорость цепи в момент, когда она соскользнет с блока?
6. а) Определите силу гравитационного притяжения, действующую на материальную точку единичной массы, находящуюся на расстоянии R от центра однородной сферы массы m и радиуса r (рассмотрите случаи $R > r$ и $R < r$).
б) Та же задача для однородного шара массы m и радиуса r .
в) Вычислите потенциалы для сил из задач а) и б).

Рисунок к задаче 2:

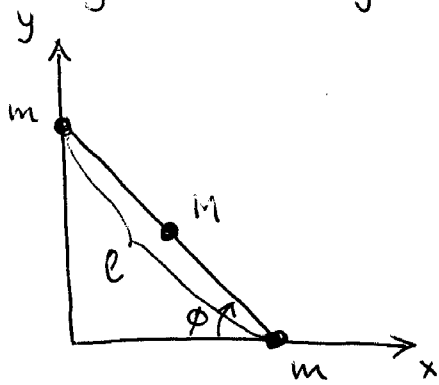


Рисунок к задаче 3:

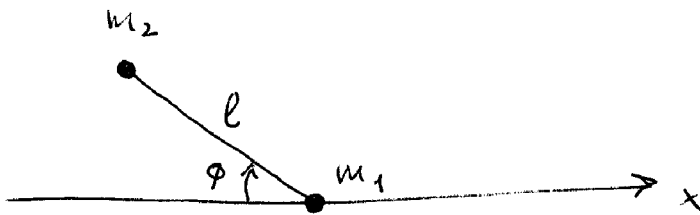


Рисунок к задаче 5:

