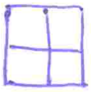
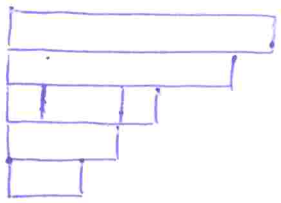
14.9.

C_ν — класс сопряжённости в S_n циклового типа ν

$\nu = 1^{m_1} 2^{m_2} 3^{m_3} \dots n^{m_n}$

 $\nu = 2^2$

λ — форма таблоидов

j 

Хотим посчитать $\psi_\lambda(\sigma)$

r_{ij} — число циклов длины i в j строке таблоида

λ_j — число элементов в j строке таблоида

$\lambda_j = \sum_i i r_{ij}$

$m_i = \sum_j r_{ij}$

если есть какой-то набор чисел r, i, j, т.е. таблоид как-то разбит

$$\sum_{\{r_{ij}\}} \underbrace{\prod_i \frac{m_i!}{\prod_j r_{ij}!}}_{\text{число способов разбить таблоид}}$$ — количество способов раскидать циклы длины i

по разным наборам

$p_\nu = p_{\nu_1} \cdot \ldots \cdot p_{\nu_l}$, где $p_i = \sum_j x_j^i$

коэф. при x^λ в p_ν

$(x_1^{\nu_1} + \dots + x_m^{\nu_1})(x_1^{\nu_2} + \dots + x_m^{\nu_2})\dots$

$$s_\lambda = \begin{vmatrix} h_{\lambda_1} & h_{\lambda_2 - 1} & & h_{\lambda_m - m + 1} \\ h_{\lambda_1 + 1} & h_{\lambda_2} & & \\ h_{\lambda_1 + 2} & h_{\lambda_2 + 1} & h_{\lambda_3} & \\ & & \ddots & \\ h_{\lambda_1 + m - 1} & & & h_{\lambda_m} \end{vmatrix} = \left| \left(h_{\lambda_i - i + j} \right) \right| =$$

индекс

$$= \sum_{\sigma \in S_m} (-1)^{\sigma} h_{\lambda+\rho-\sigma(\rho)}$$

$\rho = (m-1, m-2, \dots, 0)$

$h_{\lambda_1} \dots h_{\lambda_k} = h_{\lambda}$

$$\chi_{\lambda} = \sum_{\sigma} (-1)^{\sigma} \underline{\psi_{\lambda+\rho-\sigma(\rho)}}$$

$\psi_{\mu}^{(c_0)}$ – коэф-т при x^{μ} в ру

$(-1)^{\sigma}$ – коэф. $x^{\sigma(\rho)}$ в

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{опр-ль} \\ \text{вандермонда}}}{\Delta} = \prod_{i<j} (x_i - x_j) = \begin{vmatrix} x_1^{m-1} & \dots & x_1 & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ x_m^{m-1} & \dots & x_m & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \sum_{\sigma \in S_m} (-1)^{\sigma} x^{\sigma(\rho)}$$

(c_0) – коэф-т в Δ_m ру при $x^{\lambda+\rho}$