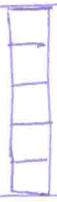
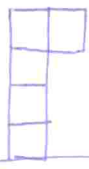
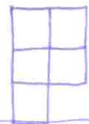
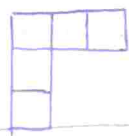
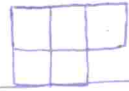
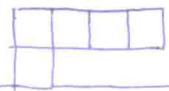
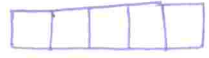


1. Характеры χ_5 1) Строится перемножением всех классов сопряженности

	χ_4	χ_4'	χ_5	$\chi_5' = \chi_5 \chi_4'$	$\chi_{\Lambda^2 V}$	χ_W	$\chi_{W'}$
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 1 шт	1	1	4	4	6 $\frac{1}{2} \cdot 16 - \frac{1}{2} \cdot 4$	5 "dim W"	5
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 10 шт	1	-1	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & & & & \end{pmatrix}$ 3-1=2	-2	0 $\frac{1}{2} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4$	a "1"	-a "1" -1
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ $\frac{20 \text{ шт}}{2} = 10 \text{ шт}$	1	1	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ D	0	-2	b "1"	b "1"
 (123) 20 шт	1	1	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	1	0 $\frac{1}{2} \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 0$	c "1"	c "1"
 $(123)(45)$ 20 шт	1	-1	-1	1	0	d "1"	-d "1"
 (1234) 30 шт	1	-1	0	0	0 $\frac{1}{2} \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 0$	e "1"	-e "1"
 24 шт	1	1	-1	-1	1	f "0"	f "0"

2) далее пишем характеры

{ что такое $\Lambda^2 V$? -
- это $g(\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2) = g\vec{v}_1 \wedge g\vec{v}_2$
 $\Lambda^2 V = \langle \vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2 \rangle$



$$\chi_{\Lambda^2 V}(g) = \frac{1}{2} \chi_V^2(g) - \frac{1}{2} \chi_V(g^2)$$

3) что можно сказать о размерности W и W' ?

$$\mathbb{C}[G] = \bigoplus V_i$$

$$\langle \chi_i, \chi_{\mathbb{C}[G]} \rangle$$

$$V = \mathbb{C}[G]$$

↑
также δ_g $\rho(g) \delta_h = \delta_{gh}$

$$\chi_{\mathbb{C}[G]}(g) = \begin{cases} |G|, & g = e \\ 0, & g \neq e \end{cases} \quad \left. \vphantom{\chi_{\mathbb{C}[G]}(g)} \right\} \text{характер регулярного представления}$$

$$\langle \chi_i, \chi_{\mathbb{C}[G]} \rangle = \chi_i(e) = \dim V_i$$

выраем, что полученное представление

$$\mathbb{C}[G] = \underbrace{V_1 \oplus \dots \oplus V_1}_{\dim V_1} \oplus \underbrace{V_2 \oplus \dots \oplus V_2}_{\dim V_2} \oplus \dots = \bigoplus V_i^{\dim V_i}$$

представление: $|G| = \sum_{\chi} (\dim V_{\chi})^2$

↓

$$120 = 1 + 1 + 4^2 + 6^2 + n^2 + n^2 + 4^2 \Rightarrow 2n^2 = 50$$

$$\underline{n = 5 = \dim W}$$

Найдем χ_W и $\chi_{W'}$ $\dim W$

$$\langle \chi_W, \chi_W \rangle = 1$$

$$\frac{1}{120} (25 + 10a^2 + 15b^2 + 20c^2 + 20d^2 + 30e^2 + 24f^2) = 1 \quad (1)$$

$$\langle \chi_W, \chi_u \rangle = 0$$

$$5 + 10a + 15b + 20c + 20d + 30e + 24f = 0 \quad (2)$$

$$\langle \chi_W, \chi_{N^3V} \rangle = 0$$

$$30 - 30b + 24f = 0 \Rightarrow \boxed{5b - 4f = 5} \quad (3)$$

$$\langle \chi_W, \chi_{u'} \rangle = 0$$

$$5 - 10a + 15b + 20c - 20d - 30e + 24f = 0 \quad (4)$$

$$(2) + (4): 10 + 30a + 40c + 48f = 0 \Rightarrow \boxed{5c + 9f = -5}$$

$$(2) - (4): 20a + 40d + 60e = 0 \Rightarrow \boxed{a + 2d + 3e = 0}$$

$$\langle \chi_W, \chi_V \rangle = 0$$

$$20 + 20a + 20c - 20d - 24f = 0$$

2. $\text{Sym}^3 V$

$$\chi(g) = \text{Tr } \rho(g) = \sum_{i=1}^n \zeta_i \quad \zeta_i - \text{собственные значения } \rho(g)$$

$n = \dim V$

ζ_i - корни k -й степени из 1, где $k = \text{ord } g$

$$a) \operatorname{Tr} \operatorname{Sym}^3 \rho(g)$$

$$\rho(g) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{Tr} \rho^{\otimes 3} = (\operatorname{Tr} \rho(g))^3 + a(\operatorname{Tr} \rho(g^2))$$

$$\sum_{1 \leq i=j=l \leq n} \lambda_i \lambda_j \lambda_l = e_3(\lambda) = \lambda_1^3 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_3$$

$$b) \operatorname{Tr} \rho(g^a) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^a = p_a(\lambda)$$